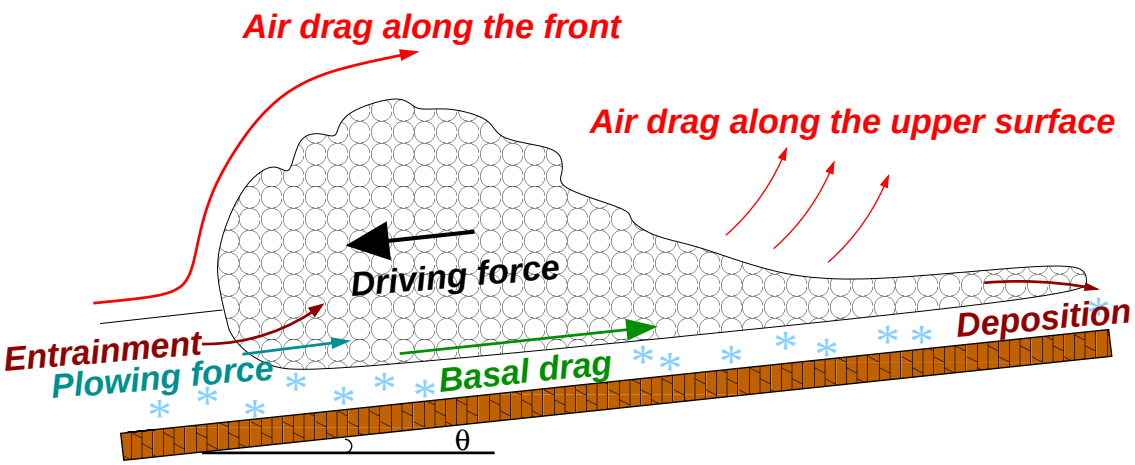
平成 12 年度修士論文

質量中心モデルを用いた
雪崩とピンポン球雪崩の運動ダイナミックス



北海道大学院 地球環境科学研究科
地圏環境科学専攻 地球雪氷学講座

小椋崇広

目 次

1 序論 **1**

2 雪崩の分類 **3**
2.1 概説 . . . 3
2.2 雪崩の分類 . . . 3

3 質量中心雪崩モデル **5**
3.1 概説 . . . 5
3.2 雪崩流動モデル . . . 5
3.3 質量中心雪崩モデル . . . 6
3.4 流下速度厳密解 . . . 14
3.5 抵抗係数の決定方法 . . . 16

4 ピンポン球雪崩へのモデル適応 **20**
4.1 概説 . . . 20
4.2 実験概要 . . . 20
4.3 ビデオ画像解析 . . . 23
4.4 実験結果 . . . 24
4.5 質量中心モデルの適応 . . . 26
4.6 考察 . . . 30

5 自然雪崩へのモデル適応 **38**
5.1 概説 . . . 38
5.2 雪崩走路データ . . . 38
5.3 統計モデル解析 . . . 40
5.4 鹿追雪崩へのモデル適応 . . . 44
5.4.1 鹿追雪崩の概況 . . . 44
5.4.2 モデル計算 . . . 46
5.5 考察 . . . 50

6 まとめ **53**
6.1 まとめ . . . 53
6.2 今後 . . . 54

謝辞 **60**

1 序論

わが国の日本海沿岸地方は世界でも有数の豪雪地帯である [57, pp. 21–22]。それ故、古来より雪はそこに住む人々に多くの被害を与え、また時には人命さえ奪ってきた。その雪の災害「雪害」の中の一つに、一瞬にして大きな被害をもたらす雪崩がある。

日本における雪崩災害の歴史は古く、永仁 6 年 (1298 年) に長野県上水内郡戸隠村の戸隠表山 (1,911m) で起きた雪崩が最も古い記録として残っている [60]。多くの犠牲者を出した雪崩を、記録を元に辿ると、戦前では大正 7 年 (1918 年) 1 月に新潟県南魚沼郡湯沢町三俣と山形県東田川郡朝日村大鳥で発生した雪崩はそれぞれ 158 名、154 名の犠牲者を出し [68]、吉村昭の小説「高熱隧道」で有名な黒部峡谷で発生するホウ雪崩は、昭和 13 年 (1938 年) 12 月に 84 名の死者・行方不明者を出した [53, 61]。戦後、記憶の新しい所では、昭和 61 年 (1986 年) 1 月に発生した新潟県能生町柵口での雪崩で、13 名の死者を出す惨事となった [59]。しかし、近年の雪崩災害発生件数及び死者数は、水力発電開発、鉱山や森林伐採関連の産業が衰退するにつれ減少している [17, 64, 67, pp.10–11]。

ここで最近発生した雪崩の一例を挙げる。平成 12 年 (2000 年) 3 月 27 日に岐阜県吉城郡上宝村の抜戸岳 (2,813m) で発生した雪崩は、標高差 1,625m、走路距離にして 4,600m を流下した。その結果、下流域にて除雪作業中だった作業員 2 名の方が亡くなられた。雪崩発生量は 166 万 m^3 (東京ドーム 1.3 杯相当) と推定され、国内記録史上最大の規模となった (図 1) [69]。確かに雪崩災害の件数・被害者数は減少している。しかし、それは山岳地域で活動する産業関連の人数が激減しているためである。決して雪崩の発生件数が減ったわけではない。もし、このような雪崩が数十年前に起きたとしたら、その犠牲者数は想像を絶するものと成り得たであろう。

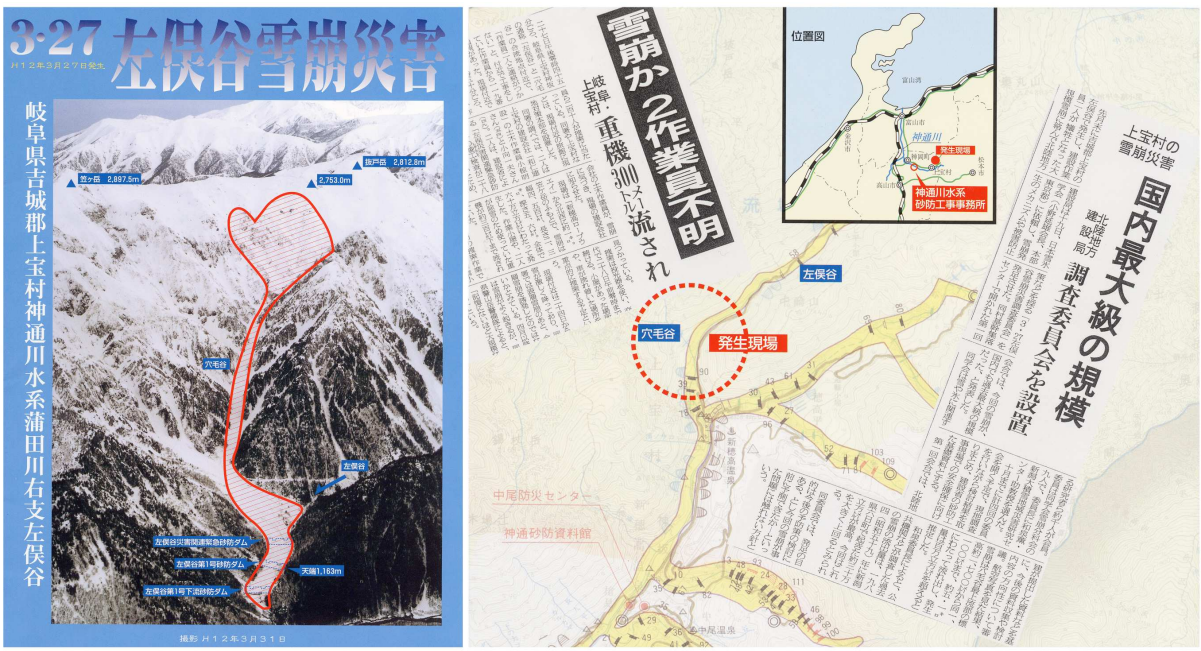


図 1: 岐阜県上宝村雪崩資料

では、雪崩災害の防止・軽減のため課題となるのが、気象観測に基づく雪崩発生時期の予測と正確な雪崩危険地帯の推定である。とりわけ雪崩の挙動予測は、国土計画上重要となり、研究の注目が置かれている。そのため、近年では雪崩の観測と同時に、流動を再現するモデルの研究も進められている。雪崩流動モデルには、流体モデル、重力流モデル、質量中心モデルや粒状体モデルなど数多く存在する (第 3.2 節で詳述する)。数多くモデルが存在する理由は、発生時期予測および観測の困難性からくる詳細な雪崩データの不足にある。そのためモデルの評価は難しく、多くのモデルが残される形となった。

だが、実際に雪崩の挙動予測に用いられるのは、質量中心モデルである。このモデルは、雪崩の全質量が一点に集中していると仮定するモデルで、他のモデルと比較すると運動記述が単純である。そのため、正しいモデル評価ができない状況では、この質量中心モデルが雪崩の挙動予測に汎用されている。しかし、雪崩のデータ不足から、このモデルの評価も到達距離や定点のみの流下速度の比較に止まっており、十分にモデルの妥当性は検証されていないのが現状である。また、モデルの中で用いられている抵抗係数に関しても、定量的評価が多い。その抵抗係数の一つである底面摩擦係数 (接線応力と法線応力の比) は、雪崩発生規模が大きくなるにつれて減少するといわれている。さらに、もう一つの抵抗係数として、流下速度の 2 乗に比例して働く抵抗の係数 (乱流抵抗係数と呼ばれる) がある。この係数は、空気抵抗や雪の取り込みに基づく抵抗などから求められる係数と考えられている。しかしながら、これらの抵抗係数に関しても、自然雪崩および実験レベルで検証した事例は少ない。

確かにミクロ的な観点から構築されたモデルの方が実際の現象を再現できるであろう。しかし、それを正しく評価するデータが少ない状況下では有効性をみることはできない。また、ミクロ的にモデルを構築するといっても、まだ、数式化されていない現象や諸係数の設定など多くの問題を抱えている。それならば、マクロ的に考えることができる質量中心モデルを用いて議論することは、現段階では意義があるといえよう。もし、単純なモデルで現象を再現できるならば、その有効性は大きい。

そこで本研究の目的は、質量中心モデルによる雪崩の流動再現性と抵抗係数の検証・評価とする。実験による検証のため、ピンポン球を用いた大規模な模擬雪崩実験を実施し (以下、この模擬雪崩をピンポン球雪崩と呼ぶ)、その流下距離と流下速度の関係を測定した。そして、モデルによる速度計算値と実測値との比較を行い、底面摩擦と乱流抵抗に関して考察した。最後に、考察結果をもとに実際の雪崩への適応を行い、現段階での質量中心モデルの有効性を評価した。

Key Word :
- 質量中心雪崩モデル (One dimensional avalanche model)
- 底面摩擦 (Basal drag)
- 乱流抵抗 (Turbulent drag)
- 抵抗係数のスケール依存 (Scaling drag coefficients)

2 雪崩の分類

2.1 概説

この節では、雪崩の形態・分類の解説をごく簡単に行う。本論文で使われる雪崩用語の最低限の説明とする。詳細については、しかるべき本があるので、そちらを参照していただきたい。 [25, 63, 62]

2.2 雪崩の分類

雪崩とは、「いったん斜面上に積もった雪が、重力の作用により、肉眼で識別し得るほどの速さで位置エネルギーを変換する自然現象」と定義される [1]。しかし、学術上は雪が乾いているか水分を含んでいるか、発生地点の形が点か面か、そして、滑り面の位置が地面か雪面かを基準に、計 8 種類に分けることができる (図 2, 3)。また、運動形態から、大小の雪塊が斜面を比較的低速で流れる「流れ型 (flowing avalanche)」、高速で雪煙を巻き上げながら駆け下る「煙り型 (powder avalanche)」、そして、流れ型と煙り型の両方の運動形態を持つ「混合型 (mixed-motion avalanche)」に分類される (図 4)。

これらの雪崩形態の中で、融雪期に発生する湿雪全層雪崩 (以下、流れ型雪崩と呼ぶ) に比べ、厳冬期に発生する乾雪表層雪崩 (以下、煙り型雪崩と呼ぶ) は、しばしば大災害を引き起こす。序論で紹介した雪崩災害は、全てこのタイプの雪崩によるものである。これは、流れ型雪崩が $10 \sim 30\mathrm{m/s}$ と比較的低速で流れるのに対して、煙り型雪崩になると $80\mathrm{m/s}$ にも達する場合があるためである。破壊力は速度の 2 乗に比例するので、たとえ煙り型雪崩の密度が小さくとも、その力は非常に大きいのである。

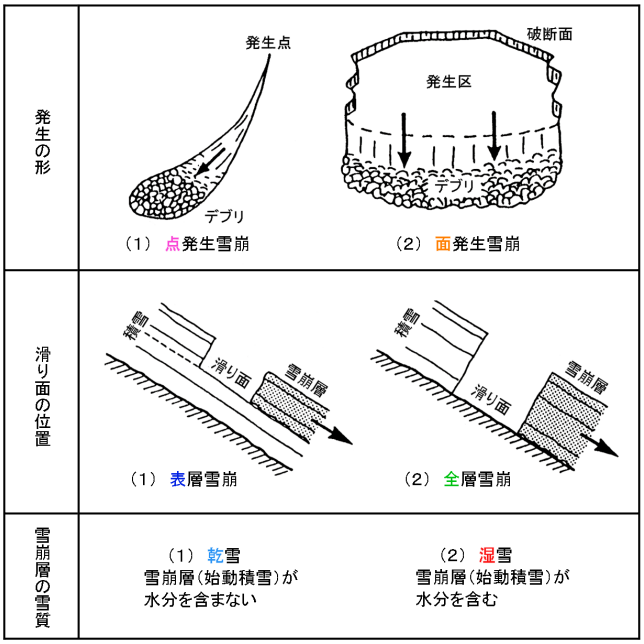


図 2: 雪崩の分類要素

分類 要素	雪崩発生の形 （点か面か）	雪崩層の雪質 （乾雪か湿雪か）	滑り面の位置 （表層か全層か）
雪崩	点発生雪崩	点発生乾雪雪崩	点発生乾雪表層雪崩
			点発生乾雪全層雪崩
		点発生湿雪雪崩	点発生湿雪表層雪崩
			点発生湿雪全層雪崩
	面発生雪崩	面発生乾雪雪崩	面発生乾雪表層雪崩
			面発生乾雪全層雪崩
		面発生湿雪雪崩	面発生湿雪表層雪崩
			面発生湿雪全層雪崩

図 3: 雪崩の分類名称

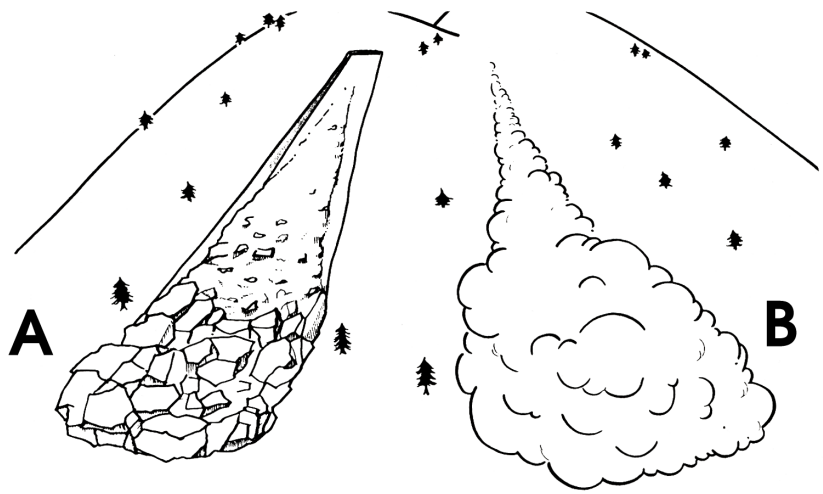


図 4: 雪崩の運動形態

A：流れ型雪崩、B：煙り型雪崩

3 質量中心雪崩モデル

3.1 概説

この節では、従来の雪崩モデルを概括し、質量中心雪崩モデルの運動方程式の導出・解説を行う。そして、第 4 節で議論するピンポン球を用いた模擬雪崩 (ピンポン球雪崩) へのモデル適応を行うため、モデルの抵抗係数決定方法を論じ、速度厳密解を導出をする。

3.2 雪崩流動モデル

雪崩の運動を記述するモデルは、1955 年の Voellmy にはじまり [51]、数多く存在する [2]。その理由は序論でも述べたが、詳細な雪崩データ不足からモデル評価が難しく、どのモデルも肯定も否定もできないからである。今までに提案されたモデルを分けると、大きく次の 4 つに分類することができる。

1. 流体モデル　2. 重力流[1]モデル　3. 質量中心[2]モデル　4. 粒状体モデル

ここでは、それぞれのモデルについて簡単に述べる。詳細は、前野 (2000)、西村 (1998)、そして、Harbitz(1998) が参考になる [63, 62, 2]。

1. 流体モデル — 雪崩を流体と考えたモデルで、Voellmy(1955) によって初めて行われた [51]。雪崩を 2 次元の非圧縮性流体として考え、これに運動量保存則を適応することで、運動を記述しようとした。後に、連続の式を考慮するなど改良が加えられている [45, 46]。また、ニュートン粘性流体として、ナビエ・ストークス方程式を解く試みも行われている [20, 7]。

2. 重力流モデル — 塩水が真水の中を広がるように、密度差によって重たい流体が軽い流体の中を広がり流れていく現象を、重力流と呼ぶ。Tochon-Danguy と Hopfinger(1975,1977) は、煙り型雪崩を重力流とみなし、その考えを適応したモデルを提案した [49, 13]。モデルの特徴として、常に雪崩内部の乱流状態が保存されると仮定し、数式が組み立てられる。結果、空気と雪の連行が運動を支配する効果的な現象として働く。

3. 質量中心モデル — 雪崩が全質量が一点に集中していると仮定するモデルで、Perla ら (1980) によるものが代表的な例としてあげられる [42, 41]。詳しくは、次節 (第 3.3 節) で解説する。

4. 粒状体モデル — 雪崩の本質である粒子の集合体流れとしてとらえたモデルである。Salm と Gubler(1985) をはじめとして何人かの研究者たちが、粒子流の内部応力状態に着目し、連続体の運動量保存式に適応した [47, 40, 15]。また、個々の粒子の運動を離散的に計算し、雪崩の挙動を求めるモデルも構築されている [31, 32]。

---

[1] 密度流とも呼ばれる。レビューとして Simpson(1987) が参考になる [48]。

[2] 質点と表記しなかったのは、質量中心モデルは雪崩の抵抗力として、体積・面積の概念を考慮しているためである。質点には、大きさの概念がない。

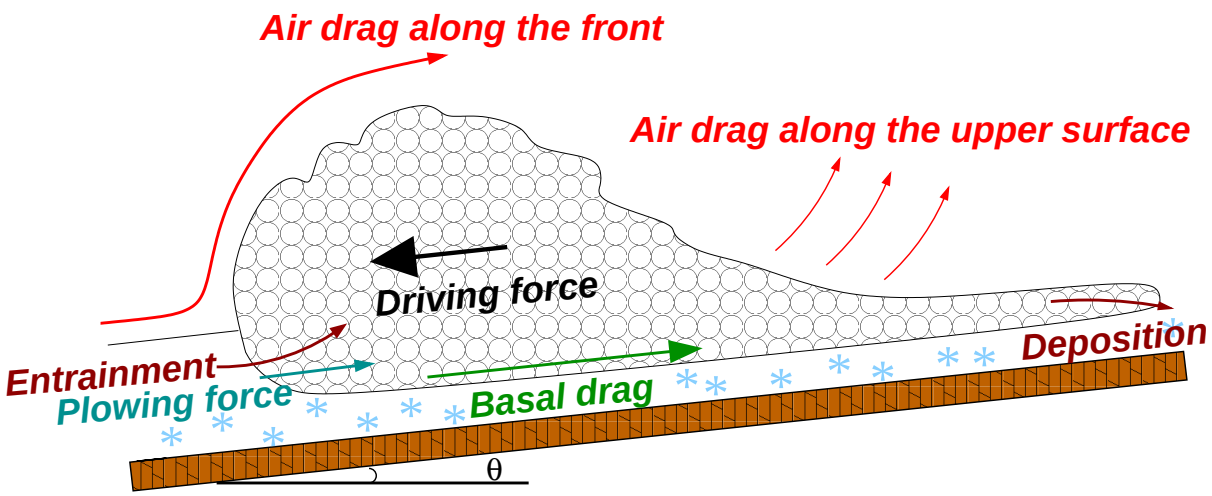


図 5: 雪崩に働く力

数多く雪崩のモデルがある中、運動記述の単純さから質量中心モデルが、最も用いられていることは先にも述べた。実は、種々のモデルの数学的仮定・得られる結果をたどると質量中心モデルに帰着する。流体モデルは、その仮定として非圧縮性の一様流として雪崩を考えるため、その数式的記述は質量中心モデルと同じになる [63, pp.102] [41, pp.434]。重力流モデルは、得られる結果が Voellmy の流体モデルで既に求められており、質量中心モデルに帰着する。また、実際の雪崩への適応も室内実験レベルを越えてるとはいえない [4, 65, 9, 66]。そして、粒状体モデルは、その運動記述が連続体の式を用いるため、結果は流体モデルや質量中心モデルとあまり変わらなく、離散的に運動を求めるにしても多くの未知なるパラメーターがあり、問題は多い [63, pp.103]。質量中心モデルが雪崩挙動予測によく用いられる根拠は、この背景を受けていることにもある。ここにも本研究がこのモデルに観点を置く理由はある。

3.3 質量中心雪崩モデル

第 3.2 節で触れたように、質量中心雪崩モデルの解説を行う。今までに提案されたモデルを参考に、運動方程式を導出していく [42, 41, 30, 34, 36, 24]。

雪崩は、重力を駆動力をとし、空気・雪面との境界から抵抗を受けながら流下する。その概念図を図 5 に示す。駆動力を F、抵抗力を R として、流下方向の運動方程式を立てると、次式のように書ける。

$$\frac{\mathrm{d}\,(mu)}{\mathrm{d}t} = F - R \tag{1}$$

ここで、m は雪崩の質量、u は質量中心の速度、t は時間である。駆動力 F と抵抗力 R を数式で表すと次式のようになる。

$$F = mg\sin\theta \tag{2}$$

$$R = \mu m\left(g\cos\theta + \frac{u^2}{r}\right) + \left\{\frac{1}{2}\rho_a C_f S_a + S_p\frac{\rho_0\rho_1}{\rho_1-\rho_0}\right\}u^2 + \left(\frac{\eta S_b}{h_s}\right)u \tag{3}$$

ここで、g は重力加速度、θ は斜面角、μ は底面摩擦係数、r は斜面の曲率半径 (ただし、上に凸のとき負)、ρ_a は空気の密度、C_f は空気の抵抗係数、S_a は雪崩の面積スケール、S_p は雪崩に取り込まれる積雪層の断面積、ρ_0, ρ_1 は雪崩通過前と後の積雪の密度、η は流動化した雪の動粘性係数、S_b は雪崩の底面積、h_s はシアー層 (shear layer) の厚さである。

それでは、それぞれの項、駆動力 F と抵抗力 R について解説していく。

駆動力 F — 雪崩の駆動力として働く力は重力である。その大きさは、重力の流下方向成分 $g\sin\theta$ と雪崩の質量 m をかけて (2) 式となる。

抵抗力 R — 抵抗として働く力は以下の 5 つに分類される。

1. 底面摩擦 雪崩の底面では、雪粒子同士の衝突・摩擦が激しく行われている。この結果、雪崩と底面で運動量交換が起こり抵抗となる。一般的に、粒状体の室内実験より、垂直抗力 N とせん断応力 R_b は、クーロン摩擦の関係にあることがわかっている [11, 12]。

$$R_b = \mu N \tag{4}$$

このクーロン摩擦係数 μ (以後、底面摩擦係数と呼ぶ) は、底面の体積密度やせん断速度などの条件によって変化する [5]。雪崩モデルで用いるときは、この係数は一定として計算することが多いが、Shaerer(1975) や McClung(1990) のように、流下速度 u や流下距離 s の関数として定量的に決められることもある。

$$\mu = 5/u \qquad \text{(Shaerer,1975)} \tag{5}$$

$$\mu = \mu_0 + Ks^n \qquad \text{(McClung,1990)} \tag{6}$$

$$\mu_0, K, n\text{: 斜面角によって決められる係数} \tag{7}$$

また、位置エネルギーが全て底面摩擦によって消費されたと仮定すると、底面摩擦係数は雪崩の高度差 H と水平到達距離 L (水平面に投影した全走路長) の比 H/L となる。雪崩の発生規模が大きくなるにつれて雪崩の流下到達距離は長くなるので、この摩擦係数 H/L は減少する。和泉 (1985) は、国内での雪崩に関して、はじめてこの関係を求めた (図 6) [68]。

この関係は雪崩に限らず、岩屑流、山崩れ、土石流や火砕流などの大規模な斜面崩壊現象でも確認されている [14, 23, 28]。しばしば、大規模崩壊現象の底面摩擦低下が唱えられるのは、ここに由来する。本論文では、これら底面摩擦係数の取り扱いは様々だが、検証の意味で一定として考え、モデル計算に用いた。

垂直抗力 N は、重力の斜面垂直方向の成分 $mg\cos\theta$ と斜面の曲率変化にともなう遠心力 mu^2/r の合力である。よって、底面摩擦にともなうせん断応力 R_b は、次式のようになり、(3) 式の μ を含む項となる。

$$R_b = \mu m\left(g\cos\theta + \frac{u^2}{r}\right) \tag{8}$$

遠心力 mu^2/r は、これまでのモデルで考慮されつつも、実際の計算では、その効果が小さい、または、複雑な計算を要求される理由から無視されること

が多かった。その効果をみるため、第 4 節で議論するピンポン球雪崩のモデル計算では、遠心力の有無 2 通りについて行った。

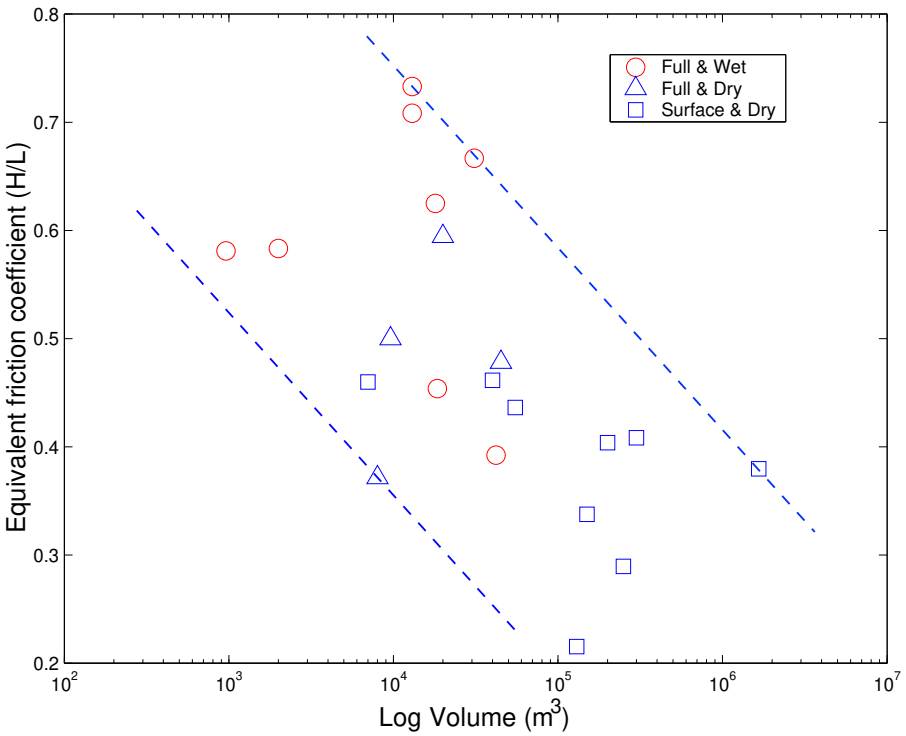


図 6: 雪崩発生量 (Log Volume) と H/L の関係
○ :湿雪全層雪崩、△ :乾雪全層雪崩、□ :乾雪乾層雪崩、- -:包括線を示す。和泉 (1985) データに、1986 年新潟県柵口、1998 年北海道ニセコ、1999 年北海道鹿追、 2000 年新潟県上宝村の雪崩データを追記した。

2. 空気抵抗 雪崩は前面にある空気を押し退けながら流下する。その時、空気は雪崩にとって抵抗となる。また、雪崩の表面では吹雪の跳躍 (saltation) や浮遊 (suspension) のような現象が起き、摩擦となって雪崩に働く。以下、それぞれの空気抵抗について定式化していく。

まず、定常一様流の中にある球の抗力 R_s を考える (図 7 の左図)。ただし、レイノルズ数は十分に大きいとする。一般的に、この抗力 R_s は、一様流の流速 U と球の断面積 A を用いて、次式のように表すことができる。

$$R_s = \frac{1}{2}\rho C_d A U^2 \tag{9}$$

ここで ρ は流体の密度、C_d はレイノルズ数や物体の形で決まる抵抗係数である。同様に、雪崩の前面に働く空気の抵抗力を求める。雪崩の斜面に対する鏡像対称を考えると図 7 の右図のようになる。結果として、その抵抗力 R_f は上式と同じ形になる。

$$R_f = \frac{1}{2}\rho_a C_D S_f u^2 \tag{10}$$

ここで ρ_a は空気の密度、C_D は空気の抵抗係数、S_f は雪崩前面の断面積、u は雪崩の流下速度である。

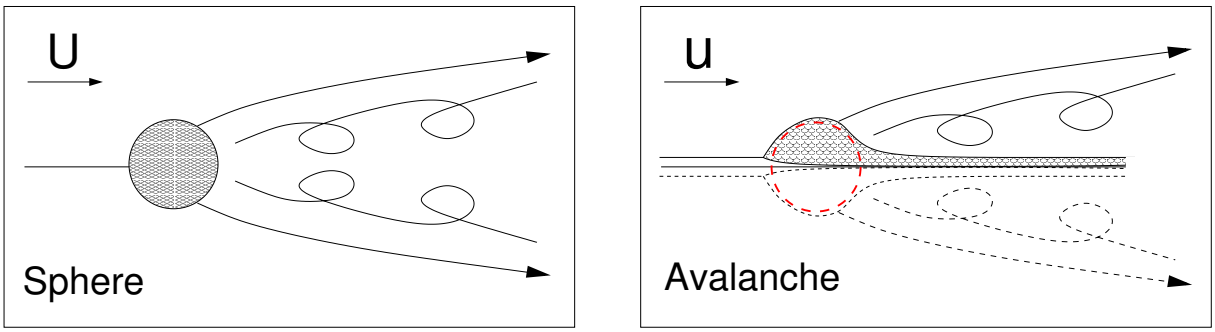


図 7: 球と雪崩に働く空気抵抗

次に雪崩の表面に働く空気の摩擦を考える。雪崩の表面を粗面の平板とみなし、乱流境界層の底面におけるせん断応力を求める。速度 U の定常一様流に平行に置かれた平板上での境界層は図 8 の左図のようになる。境界層内 (図 8 の点線内) では、次式で表される風速 U の対数分布則が成り立つ [63, pp.129]。

$$U(z) = \frac{U_*}{\kappa} \log \frac{z}{z_0} \tag{11}$$

ここで、z は底面からの高さ、 U_* は摩擦速度と呼ばれる速度の次元を持つ定数、κ はカルマン定数、 z_0 は平板表面の空力学的な粗さを示す粗度定数である。このとき、底面における単位面積当たりのせん断応力 τ は、次式で表される。

$$\tau = \rho_a U_*^2 \tag{12}$$

ここで ρ_a は空気の密度である。境界層の厚さを δ として、上式に (11) 式を代入すると、次式を得る。

$$\tau = \rho_a \kappa^2 \left(\log \frac{\delta}{z_0} \right)^{-2} U^2 \tag{13}$$

同様に定常状態の雪崩を図 8 の右図のように考え、上の関係を雪崩に適応すると雪崩表面の単位面積当たりのせん断応力 τ_a は、次式のように表される。

$$\tau_a = \rho_a \kappa^2 \left(\log \frac{\delta}{z_0} \right)^{-2} u^2 \tag{14}$$

ここで、雪崩の流下速度を u とした。したがって、空気摩擦による抵抗力 R_u は、雪崩の表面積を S_u とおくと次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} R_u &= \int_{S_u} \tau_a \mathrm{d}S \\ &= \rho_a \kappa^2 u^2 \int_{S_u} \left(\log \frac{\delta}{z_0} \right)^{-2} \mathrm{d}S \\ &= \rho_a \kappa^2 K S_u u^2 \end{aligned} \tag{15}$$

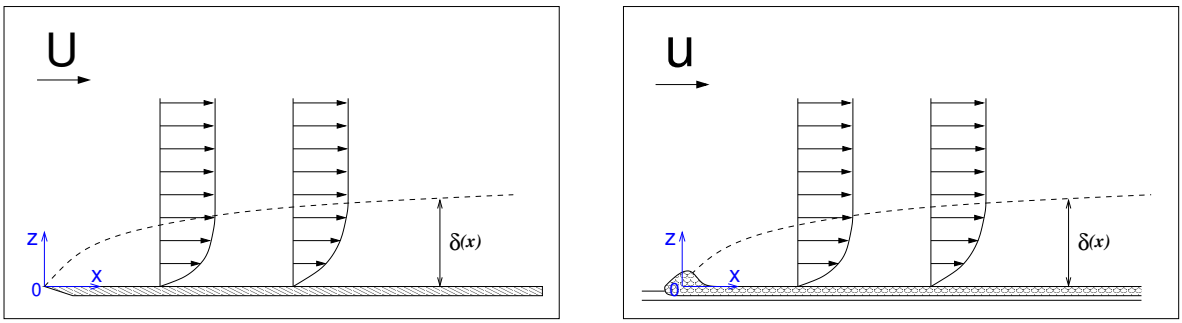


図 8: 平板境界層と雪崩の境界層

ここで、$\mathrm{d}S$ は雪崩表面の微小面積、K は $(\log\delta/z_0)^{-2}$ を面積平均した値を与える。

雪崩に働く空気の抵抗力 R_a は、雪崩前面における空気抵抗力 R_f と空気摩擦よる抵抗力 R_u の和をとって、(9),(15) 式より、次式となる。

$$\begin{aligned} R_a &= R_f + R_u \\ &= \left(\frac{1}{2}C_D S_f + \kappa^2 K S_u\right)\rho_a u^2 \end{aligned} \tag{16}$$

さらに、雪崩の面積のスケール S_a を用いてまとめると、以下のようになり、(3) 式の速度の 2 乗に比例する抵抗の一項となる。

$$R_a = \frac{1}{2}\rho_a C_f S_a u^2 \tag{17}$$

ただし、$C_f = (C_D S_f + 2\kappa^2 K S_u)/S_a$ である。基本的に、これらの関係は定常状態での議論のため、C_f の括弧内は定数とすることができるが、実際の雪崩は非定常であり流動とともに変化する。

Perla ら (1980) は、空気による抵抗を雪崩の前面のみに働くと仮定し、McClung(1990) は雪崩の表面だけを考えた [42, 41, 24]。しかし、結果的には (17) 式のような形をとり、数学的記述は変わらない。また、C_f,S_a に関しても一定と考え、定数として計算している。第 4 節のピンポン球雪崩のモデル計算でも、C_f,S_a は一定として取り扱った。その理由では後節 (第 3.4 節) にて述べる。

3. 除雪抵抗 雪崩は滑走面にある雪を除雪・圧雪しながら流下する。雪崩の前面では新しい雪と雪崩との間で運動量の交換が起こり、その力は雪崩の速度を減速させる方向に働く (以下、除雪抵抗と呼ぶ)。その除雪抵抗 R_i の大きさは、Perla(1980) によると、次式で表され、(3) 式の S_p を含む式となる [41]。

$$R_i = S_p\left(\frac{\rho_0\rho_1}{\rho_1-\rho_0}\right)u^2 \tag{18}$$

ここで、S_p は雪崩に取り込まれる積雪層の断面積、ρ_0, ρ_1 は雪崩通過前と後の積雪の密度、u は雪崩の流下速度である。この関係式は、雪崩が流下方向

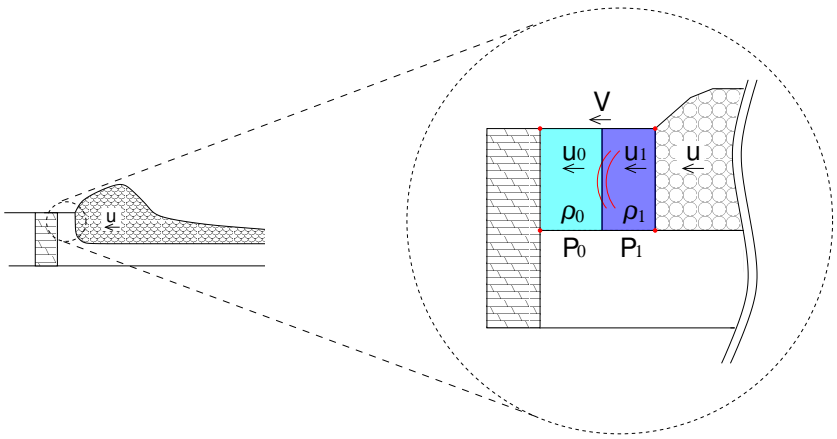


図 9: 雪崩の構造物に対する衝撃力
水色と青色部分が弾性波の波面の前と後の状態を示す。

に垂直な固い障害物に衝突した時の衝撃圧の理論から求めることができる。前野 (2000) と Mellor(1977) を参考に上式の導出を行う [63, 29]。物質の破壊をともなう激しい力が作用した時、物質の中には音速で移動する弾性波の他に、非弾性変形による塑性波が発生する。この波は弾性波に比べ低速だが、波面の前後で速度、密度、圧力および内部エネルギーの差 (ジャンプ) が生まれ、衝撃波のような波面を形成する。ここで、図 9 のように雪崩が構造物に衝突する状況を考える。ただし、図は分かりやすくするため雪崩と構造物の間を大きく表記してある。衝撃力を求めるため、まず、波面を含む薄い領域 (図 9 の赤点で囲まれた領域) で単位断面積当たりの質量と運動量の保存則を考える。ただし、流下方向のみに質量の輸送と力の伝達が行われるとする。

$$(\rho_1 - \rho_0)\,V = \rho_1 u_1 - \rho_0 u_0 \tag{19}$$

$$(\rho_1 u_1 - \rho_0 u_0)\,V = P_1 - P_0 + \rho_1 u_1^2 - \rho_0 u_0^2 \tag{20}$$

ここで、V は波面の速度、u_0 と u_1 は波面の前後での粒子速度、ρ_0 と ρ_1 および P_0 と P_1 は波面の前と後での密度、圧力である (ρ_0 と ρ_1 は、(18) 式で使われている記号と同じ意味である)。壁に対して粒子速度 u_0 は 0 とおけるので、雪崩の単位面積当たりの衝撃圧 $\Delta P(= P_1 - P_0)$ は (19),(20) 式より、

$$\Delta P = \left(\frac{\rho_0 \rho_1}{\rho_1 - \rho_0}\right) u_1^2 \tag{21}$$

となる。したがって、雪崩が壁全体に及ぼす衝撃力の大きさは、雪崩が壁に働く総面積を S_p とすると、$S_p \Delta P$ となる。波面通過後の粒子速度 u_1 は雪崩の速度 u と同じで大きさとなるので、この S_p を雪崩に取り込まれる積雪層の断面積と考えると、$S_p \Delta P$ は (18) 式と同式になる。つまり、Perla らは雪崩の衝撃力が、全て除雪および圧雪のエネルギーに変換すると仮定して、この関係式を用いたのである。

しかし、全ての衝撃力のエネルギーが除雪・圧雪に変換されるとは考えにくい。衝撃力エネルギーの一部が、除雪・圧雪と雪を雪崩の中に取り込む力

となると考える方が自然であろう。現時点でこの効果を理論的に考慮した雪崩モデルはないが、(18) 式をみると、空気抵抗と同じように面積スケールと速度の 2 乗の積の形をとっているので、結果的に計算では、この効果も考慮する形になっている。

4. 粘性抵抗 Nishimura and Maeno(1989) は、実験で求めた「流動化した雪」の構成関係式から、雪崩に働く抵抗として、次式での表される粘性抵抗 R_v ((3) 式の速度に比例する項) を考慮すべだと主張した [34]。

$$R_v = \left(\frac{\eta S_b}{h_s}\right) u \tag{22}$$

ここで、η は実験から求められた流動化した雪の動粘性係数、S_b は雪崩の底面積、h_s はシアー層 (shear layer) の厚さである。この粘性抵抗は、粒状体流れが作り出すバルクの性質であり、粒子同士の衝突による運動量輸送の遅れが引き起こす効果である。しかし、その効果は流れのレイノルズ数に依存し、レイノルズ数が大きくなると流れ内部では乱流状態となり、粘性より乱流のよる運動量の輸送が卓越する。超音波風向風速計を用いて雪崩の煙り層内部の速度構造を測定した Nishimura ら (1995) によると、先端部の煙り層内部では強い乱流状態であることが分かっている [35]。このことは流れ層や流れ型雪崩にも当てはまると考えられ、雪崩内部でも激しい乱流状態であると予測される。したがって、雪崩に働く抵抗として、粘性抵抗の寄与は小さいといえるだろう。よって、本論文ではこの抵抗を考慮しないでモデル計算を行うとする。

5. 雪の連行 雪崩に直接的に働く大きな力は上記のように分類されるが、ここで (1) 式の左辺 $\mathrm{d}(mu)/\mathrm{d}t$ に注目する。斜面角 θ にそって座標軸をとり、運動開始点からの流下距離を s とすると、次式のような式変換を行うことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}(mu)}{\mathrm{d}t} &= m\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \\ &= \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} + u^2\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s} \end{aligned} \tag{23}$$

上式の右辺第 2 項を (1) 式の左辺に移行すると、この項は雪崩にとって抵抗として働く。$\mathrm{d}m/\mathrm{d}s$ は、雪崩が単位距離進む時に取り込こまれる雪の質量である。この雪の連行 (snow entrainmet) は、雪崩の先端部で起きていることは予想されるが、その測定は難しく、理論は確立されていない。だが、定量的に記述する試みは行なわれており、Mellor(1978) は、速度に比例して雪崩の質量が増加するとし、Perla(1980) は流下距離に比例するとした [30, 41]。また、Nishimura and Maeno(1989) は、Perla(1980) の仮定に従って、次で説明するような速度の関数として評価した [34]。

単位滑走距離当りの質量変化 $k(=\mathrm{d}m/\mathrm{d}s)$ は、Perla の仮定に従うと、次式のように表すことができる。

$$k = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s} = \alpha\rho_n DW \tag{24}$$

ここで、$\alpha\rho_n DW$(ρ_n:積雪密度、D:積雪深、W:雪崩の幅)は、単位距離滑走中に雪崩に新しく加わる積雪層の質量、α は雪の取り込み率 $(0 \leq \alpha \leq 1)$ である。Nishimura and Maeno(1989) は、この雪の取り込み率 α は、次のような関数式で与えられると仮定した。

$$\alpha = \alpha_\infty (1 - e^{-V/V_m})$$

ここで α_∞ は高速時の取り込み率、V_m は速度の次元を持つ定数である。

先に除雪抵抗は構造物に対する衝突力からその関係式を求めたが、その際に雪崩前面での質量と運動量の保存則を用いて導出した。実は、雪の連行に伴う項 $(\mathrm{d}m/\mathrm{d}s)u^2$ も雪崩前面での質量と運動量の保存則から導かれる式であるので、除雪抵抗は $(\mathrm{d}m/\mathrm{d}s)u^2$ に含まれる式となる。したがって、雪崩の運動方程式 (1) 式では、今までのモデルの慣例にしたがって表記したが、除雪抵抗の項は (1) 式の左辺に含まれので、その表記は必要ないといえる。

6. その他 その他に、雪崩に働く抵抗として雪の付着力、雪粒子同士の衝突によるエネルギー消失が考えられるが、様々な状況下での雪粒子同士の衝突の弾性・滑べり特性などは測定されておらず、その評価は難しい。そのため、厳密に評価されたモデルはない。しかし、その効果は、雪崩の全体のエネルギーを考えると小さなものと考えれ、無視できるものといえるだろう。

上に示したように雪崩に駆動力・抵抗力について説明してきたが、最終的に、(1) 式を整理すると次式になる。

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) - \frac{1}{m}\left[\frac{\mu m}{r} + \frac{1}{2}\rho_a C_f S_a + \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s}\right]u^2 \tag{25}$$

では、雪崩の運動再現を行うため、上の式を用いて計算を行うのだが、今まで提案されたモデルでは、更に簡略化して計算を行っている。速度の 2 乗にかかる括弧部分を D とおくと、

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) - \frac{D}{m}u^2 \tag{26}$$

$$D = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}\rho_a C_f S_a + \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s} \tag{27}$$

となる。ここで、D は乱流抵抗係数とも呼ばれ、計算では底面摩擦係数 μ と D/m は一定のパラメーターとして取り扱われる。結局、μ と D/m はパラメーターとして考えられるため、その中に含まれている種々の抵抗に関する議論は十分には行なわれてはいない。また、出てくる結果も流下距離の比較や定点での速度比較に止まることが多く、モデルの信頼性も保証されていない。そこで、抵抗係数に関する議論とモデルの検証を行うため、ピンポン球雪崩に対して質量中心モデルを適応させる。次節では、モデルの速度比較を行うため、質量中心モデルの流下速度の厳密解を導出する。

3.4 流下速度厳密解

ここでは、第 4 節で議論するモデルとピンポン球雪崩との速度比較を行なうために、モデルの流下速度厳密解を導出する。宮の森ジャンプ台の斜面は、曲率が一定 (円) の曲線と直線で記述できるので、曲率が一定 (円) の曲線および直線上での速度厳密解を求める (宮の森ジャンプ台の斜面地形については、第 4 節で詳述する)。

その速度厳密解の導出の前に、ピンポン球雪崩と実際の雪崩の運動現象の共通点に関して、その根本的な考え方を述べていなかったので、まずそこに触れる。実際の雪崩とピンポン球雪崩は、一見その共通点がないように思われる。しかし、粒子の集合体として斜面を流下する運動と考えると雪粒子とピンポン球の違いはあるものの、どちらも空気という流体の中を重力の作用によって流下する現象である。ただ、実際の雪崩では、雪の連行があり、また、雪粒子同士には付着力などの力が働いている。しかし、その効果を除けば、空気の抵抗を受けながら重力によって流下する運動の記述は全く同じである。したがって、ピンポン球雪崩に質量中心モデルを用いることは、実際の雪崩を単純化させて考えているのと同じことになる。

ピンポン球雪崩に働く抵抗を考えると、箱に入れた多数のピンポン球を斜面に放出して実験を行うので、 雪の取り込み (ピンポン球の取り込み) および除雪抵抗はない。また、ピンポン球雪崩のレイノルズ数 R_e のオーダーを考えると、次式のように十分に大きくなり、粘性抵抗も無視できる。

$$R_e = \frac{\rho_a L u^2}{\eta_a} = \frac{1.2 \times 0.5 \times 10^2}{1.5 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^5 \tag{28}$$

ここで、ρ_a, η_a はそれぞれ空気の密度と粘性率 (気温 20 度)、L は代表的な長さオーダー (ピンポン球雪崩の厚さオーダー)、u は流下速度のオーダーである。

したがって、モデル計算では以下の現象を考慮しないで式を組み立てることができる。

- 雪の取り込み (ピンポン球の取り込み)
- 除雪抵抗
- 粘性抵抗 (レイノルズ数は十分に大きい)

このことより、雪崩の運動方程式 (25) 式の項がいくつかの省略でき、より詳しく抵抗に関して議論することが可能となる。ピンポン球雪崩に (25) 式を適応させると次のように簡略化された式となる。

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) - (\frac{\mu}{r} + \frac{\nu}{m})u^2 \tag{29}$$

$$\nu = \frac{1}{2}\rho_a C_f S_a \tag{30}$$

ここで、m はピンポン球の全質量、S_a はピンポン球雪崩の面積スケールとする。ピンポン球雪崩の計算では底面摩擦係数 μ と空気抵抗に関する係数 ν は検証のために常に一定と仮定する。したがって、底面摩擦係数 μ と ν/m をパラメータとした速度計算を行うこととなる。また、遠心力の効果が流動に与える効果をみるために、$\mu m/r$ の項を考慮した場合としない場合で 2 通り計算を実行した。以下に曲率が一定 (円) の場合と直線上での速度厳密解を求める。

I. 曲率が一定 (円) の場合の速度厳密解

ピンポン球雪崩の運動方程式 (29) 式から、単位質量当たりの運動エネルギー $E(=u^2/2)$ を考えて、速度厳密解を導出する。簡単のため、摩擦角 $\omega(=\tan^{-1}\mu)$ と曲率 $k(=1/r)$ を定義し、$g=g'\cos\omega$ として、(29) 式をまとめると

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}s}=g'\sin(\theta-\omega)+2\mu\kappa E-\lambda E \tag{31}$$

となる。さらに $\lambda=2\nu/m$ として、整理すると次式を得る。

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}s}+E(\lambda-2\mu\kappa)=g'\sin(\theta-\omega) \tag{32}$$

曲率 κ は斜面角 θ と流下距離 s を用いて、$\kappa=\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}s$ と定義されるので、
$\int^s(\lambda-2\mu\kappa)\mathrm{d}s=\lambda s-2\mu\theta$ となる。よって、上式は次のように解くことができる。

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}E}{\mathrm{d}s} = g'\sin(\theta-\omega)\,\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta} \tag{33}$$

$$\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}E = C+g'\int^s\sin(\theta-\omega)\,\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}\mathrm{d}s \tag{34}$$

ここで C は積分定数である。

曲率が一定である曲線 (円) を想定しているので、斜面角 $\theta(s)$ は $\theta(s)=\theta_0+s\kappa$ となり、
上式は積分可能となり、部分積分を行うことによって次式を求めることができる。

$$E\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta} = C+g'\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}\frac{(\lambda-2\mu k)\sin(\theta-\omega)-k\cos(\theta_0-\omega)}{(\lambda-2\mu k)^2+k^2} \tag{35}$$

$$E = C\mathrm{e}^{-\lambda s+2\mu\theta}+g'\cos(\phi)\frac{\sin(\theta-\omega-\phi)}{\lambda-2\mu k} \tag{36}$$

ここで $\tan\phi=k/(\lambda-2\mu k)$ とした。そして、初期条件を $E(0)=E_0$、$\theta(0)=\theta_0$ とすると単位質量当たりの運動エネルギー $E(=u^2/2)$ に関して厳密解を得ることができる。

$$E(s)=E_0\mathrm{e}^{-\lambda s+2\mu(\theta-\theta_0)}+g'\cos(\phi)\frac{\sin(\theta-\omega-\phi)-\mathrm{e}^{-\lambda s+2\mu(\theta-\theta_0)}\sin(\theta_0-\omega-\phi)}{\lambda-2\mu k} \tag{37}$$

そして、運動エネルギーの定義から、曲率が一定 (円) の場合の速度厳密解は

$$u=\sqrt{2E}\qquad(\text{ただし、}E\geq 0) \tag{38}$$

となる。

次に、遠心力の効果がない $(mu^2/r=0)$ として、曲率が一定 (円) の場合の速度厳密解を考える。(31) 式で $\kappa=0$ として考えて、(34) 式と同様に E についてまとめ

ると、

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{e}^{\lambda s}E}{\mathrm{d}s} = g'\sin(\theta-\omega)\,\mathrm{e}^{\lambda s} \tag{39}$$

$$E = \mathrm{e}^{-\lambda s}\left[C + g'\int^{s}\sin(\theta-\omega)\mathrm{e}^{\lambda s}\mathrm{d}s\right] \tag{40}$$

となる。斜面角は $\theta(s)=\theta_0+s/r$ と考えて、積分を解き、先と同様に初期条件を $E(0)=E_0$、$\theta(0)=\theta_0$ として、E について求めると

$$E(s) = E_0\mathrm{e}^{-\lambda s} + g'\cos(\psi)\frac{\sin(\theta-\omega-\psi)-\mathrm{e}^{-\lambda s}\sin(\theta_0-\omega-\psi)}{\lambda} \tag{41}$$

となる。ただし、$\tan\psi = 1/(r\lambda)$ とした。したがって、遠心力を考慮しない場合の円上での速度は (38) 式の E を (41) 式とした記述となる。

II. 直線上の速度厳密解

直線上では、斜面角が一定で、遠心力は働かないので、(41) 式を用いると $r=\infty$、$\theta=\theta_0$ と考えることができる。したがって、直線上での速度厳密解は、

$$E(s) = E_0\mathrm{e}^{-\lambda s} + g'\frac{\sin(\theta-\omega)\left(1-\mathrm{e}^{-\lambda s}\right)}{\lambda} \tag{42}$$

$$u = \sqrt{2E} \qquad (\text{ただし、} E\geq 0) \tag{43}$$

となる。この式で使われている $\lambda=2\nu/m$ の ν を D とすると、(26) 式で速度に比例する抵抗係数を一定と考えた時に、斜面を分割してモデル計算を行う時に用いられる式となる。

以上、速度の厳密解を円および直線上で求めたわけだが、速度計算を数値解析的に解くのではなく、厳密に解くことによって、抵抗に関して正確に検証することができる。次節では、モデルで用いる底面摩擦係数 μ および ν/m の抵抗係数の決定方法について述べる。

3.5 抵抗係数の決定方法

前節では、遠心力の効果の有無について、2 通りモデルの速度厳密解を求めた。ここでは、遠心力の効果について 2 通りの底面摩擦係数 μ および ν/m の抵抗係数の決定方法について述べる。

底面摩擦および空気抵抗係数は、複雑な運動の結果から、求められる値である。例えば、一様流の中にある球の抵抗係数は、高レイノルズ数になると実験的にしか求めることができない。したがって、底面摩擦係数 μ および ν/m の抵抗係数も、ピンポン球雪崩の実験結果から逆算して求めることとする。

A. 遠心力の効果を考慮した場合

μ と ν/m が常に一定と仮定すると、発生点、停止点およびその間の走路が分っている場合、(33) 式を用いることによって、μ と ν/m の関係式を求めることができる。ただし、注意として、抵抗係数の関係式なので、発生点から流下して停止点に止まるような抵抗係数の組は無限にあることを留意する。

まず、(33) 式を変数分離し、発生点 $(s=0)$ から停止点 $(s=s_e)$ まで積分すると、

$$\int_0^{s_e} \mathrm{d}E \mathrm{e}^{s\lambda-2\mu\theta} = \int_0^{s_e} g(\sin\theta-\mu\cos\theta)\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}\mathrm{d}s \tag{44}$$

となる。ここで、$E(0)=E(s_e)=0$ となるので上式は

$$\int_0^{s_e} (\sin\theta-\mu\cos\theta)\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}\mathrm{d}s = 0 \tag{45}$$

と整理できる。(45) 式は直接解くことは困難のため、この式を数値解析的に解くことを考える。斜面を n 等分し、その微小範囲で積分を考えると (45) 式は

$$\int_0^{s_e} (\sin\theta-\mu\cos\theta)\mathrm{e}^{\lambda s-2\mu\theta}\mathrm{d}s = \sum_i^n (\sin\theta_i-\mu\cos\theta_i)\mathrm{e}^{\lambda s_i-2\mu\theta_i}\delta s_i + R(\delta s^2) \tag{46}$$

と近似できる。ここで $R(\delta s^2)$ は、誤差関数で δs^2 のオーダーである。つまり、n を十分に大きく見積もれば、この誤差はないとみなすことができる。よって、上式の Σ 部分を F とおくと、$F(\mu,\nu/m)=0$ となり、μ と ν/m の関係式となる。

B. 遠心力の効果を考慮しない場合

遠心力の効果がないと考えた場合は、(39) 式を用いて、上と同様に μ と ν/m の関係式を求めることができる。変数分離し、発生点 $(s=0)$ から停止点 $(s=s_e)$ まで積分すると、

$$\int_0^{s_e} (\sin\theta-\mu\cos\theta)\mathrm{e}^{\lambda s}\mathrm{d}s = 0 \tag{47}$$

となる。さらに、μ についてまとめると、次式を得る.

$$\mu = \frac{\displaystyle\int_0^{s_e} \sin\theta\mathrm{e}^{\lambda s}\mathrm{d}s}{\displaystyle\int_0^{s_e} \cos\theta\mathrm{e}^{\lambda s}\mathrm{d}s} \tag{48}$$

この式も (46) 式のように斜面を n 等分し、十分に n が大きいとして、数値解析的に解くと

$$\mu = \frac{\displaystyle\sum_i^n \sin\theta_i\mathrm{e}^{\lambda s_i}\delta s_i}{\displaystyle\sum_i^n \cos\theta_i\mathrm{e}^{\lambda s_i}\delta s_i} \tag{49}$$

となり、μ と ν/m の関係式となる。

以上、底面摩擦係数 μ と ν/m の関係式を求めた。次にこの関係式からただ一つだけ決まる μ と ν/m の組を求める。ここで、適宜として ν/m (空気抵抗係数 / 雪崩の質量) の逆数を Friction length と呼ぶことにする。その理由は (29) 式の運動方程式をみると、m/ν は次元解析的に長さの次元を持っていなければならない。よって、m/ν を摩擦の長さということで Friction length$(=L_f)$ と呼び、以下これを用いて話を進める。

まず、例として、ピンポン球雪崩の流下到達距離が 120m であった時の抵抗係数の関係と流下速度を、今までの解説にしたがって求める。この時の発生点、停止点および走路を

図 10 に示し、図 11 に計算結果を示す。左図が遠心力による効果を考慮し計算した図で、右図が遠心力による効果を考慮せずに計算した図である。そして、上図は $(\text{Friction length})^{-1}$ と底面摩擦係数 μ の関係を示し、下図は抵抗係数の関係式の中から任意に 3 つの点を選びだし、その係数を用いて計算された流下距離と流下速度の関係を与える。

どちらの場合も $(\text{Friction length})^{-1}$ が小さくなるにつれて、流下最大速度が大きくなる関係にある。したがって、ピンポン球雪崩のモデル計算の時には、実測値の最大速度に合うような底面摩擦係数 μ と $(\text{Friction length})^{-1}$ を試行計算的に選び出して、モデルの速度計算を行った。ここで、留意として、最大速度の位置が同じように計算しているわけではないことを注意していただきたい。

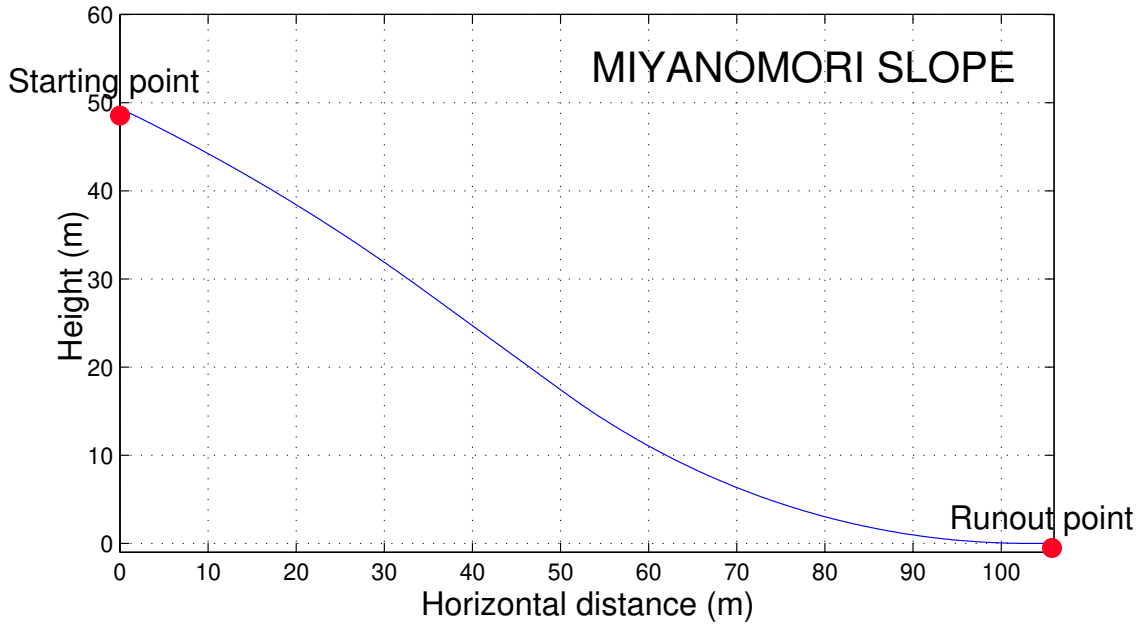


図 10: 宮の森ジャンプ台縦断図

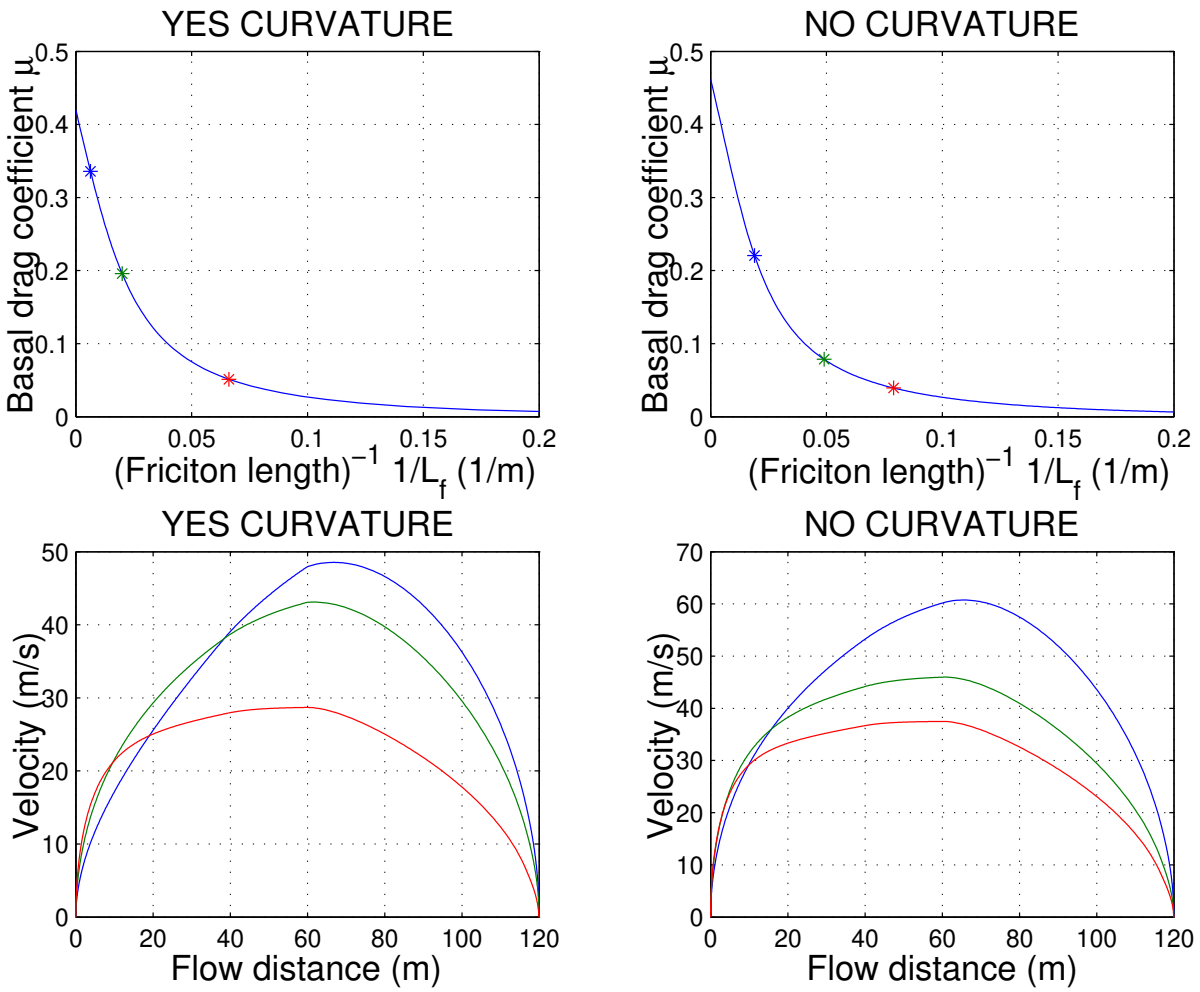


図 11: テスト速度計算

抵抗係数の関係から任意に選びだした 3 点を * で示す。その選び出された点から計算された速度を下の図に示す。それぞれに色が対応する。

4 ピンポン球雪崩へのモデル適応

4.1 概説

この節では、ピンポン球雪崩の実験概要と画像解析によるピンポン球雪崩の流下速度算出方法を説明する。そして、前節で求めた抵抗係数の関係を算出し、モデルによる流下速度の計算を行う。最後に、質量中心モデルの再現性と抵抗係数に関して考察をする。

4.2 実験概要

実際の雪崩の観測の困難性また、その流動機構の複雑性から雪崩を単純化するため、ピンポン球雪崩実験が、平成 7 年度より札幌市宮の森ジャンプ競技場のノルディクスキー競技用ノーマルヒルジャンプ台にて行われてきた [33, 19, 16, 26, 27]。1999 年 9 月 27 ~ 29 日に行われた実験では、表 2 に示すように 10,500 個から最大 32 万個のピンポン球を用いて模擬雪崩実験を行った。使用したピンポン球の概評は表 ??に示すとおりである。

実験方法は、ランディングバーンの頂部に大型の箱を設置し、そこから一度に多数のピンポン球を放出する形でピンポン球雪崩を発生させた (図 12, 13)。斜面はソーメン状の人工芝に覆われており、発生から停止まで同一の人工芝であった。ピンポン球雪崩は、図 14 の写真のように刻々と形態を変化させながら、落差 49m、水平距離 103 ~ 133m の間を流下した (ただし、図 14 は、ピンポン球は 55 万個で 98 年度に実施された実験で撮影された写真である)。その様子を捉らえるために、9 台のビデオカメラ (Digital および Hi8) を設置し、発生から停止までの過程を映像に納めた。

ピンポン球雪崩の球数 (個)
10,500
21,000
42,000
84,000
168,000
320,000

表 1: ピンポン球雪崩で流した球の数

質量	2.48g
直径	3.78cm
自由落下終端速度	9.4m/s

表 2: ピンポン球の概評

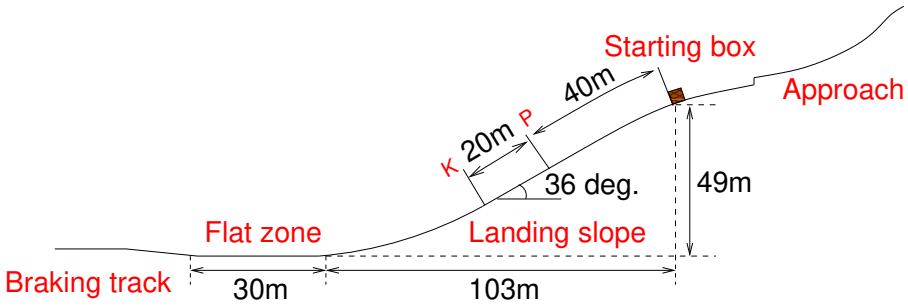


図 12: 宮の森ジャンプ台縦断図

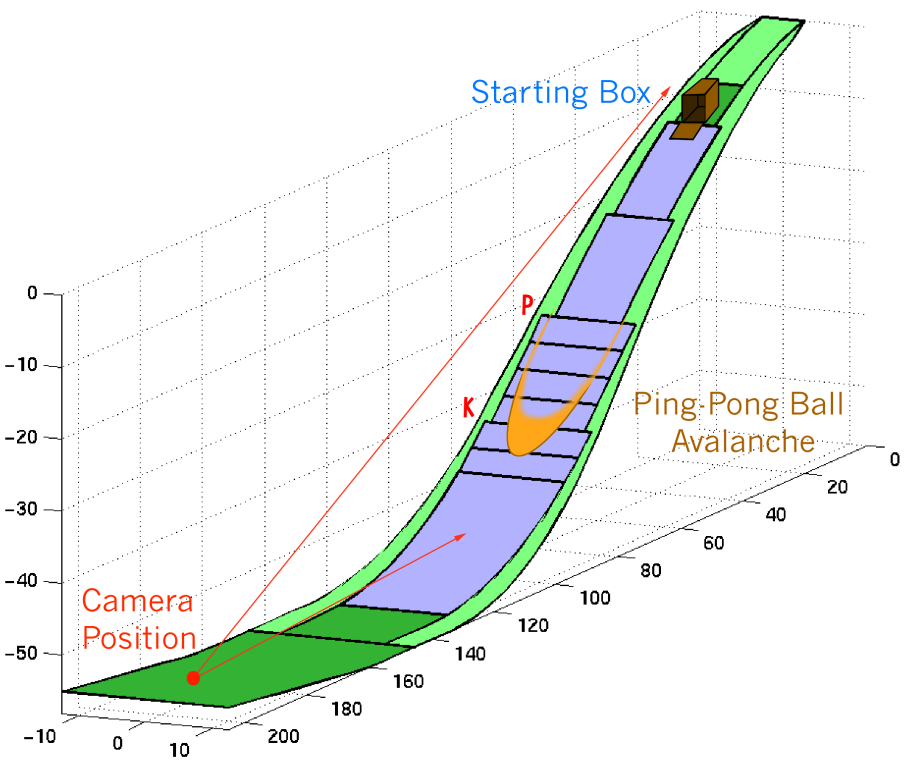


図 13: 宮の森ジャンプ台実験概要
軸の長さスケールはメートル (m) である。

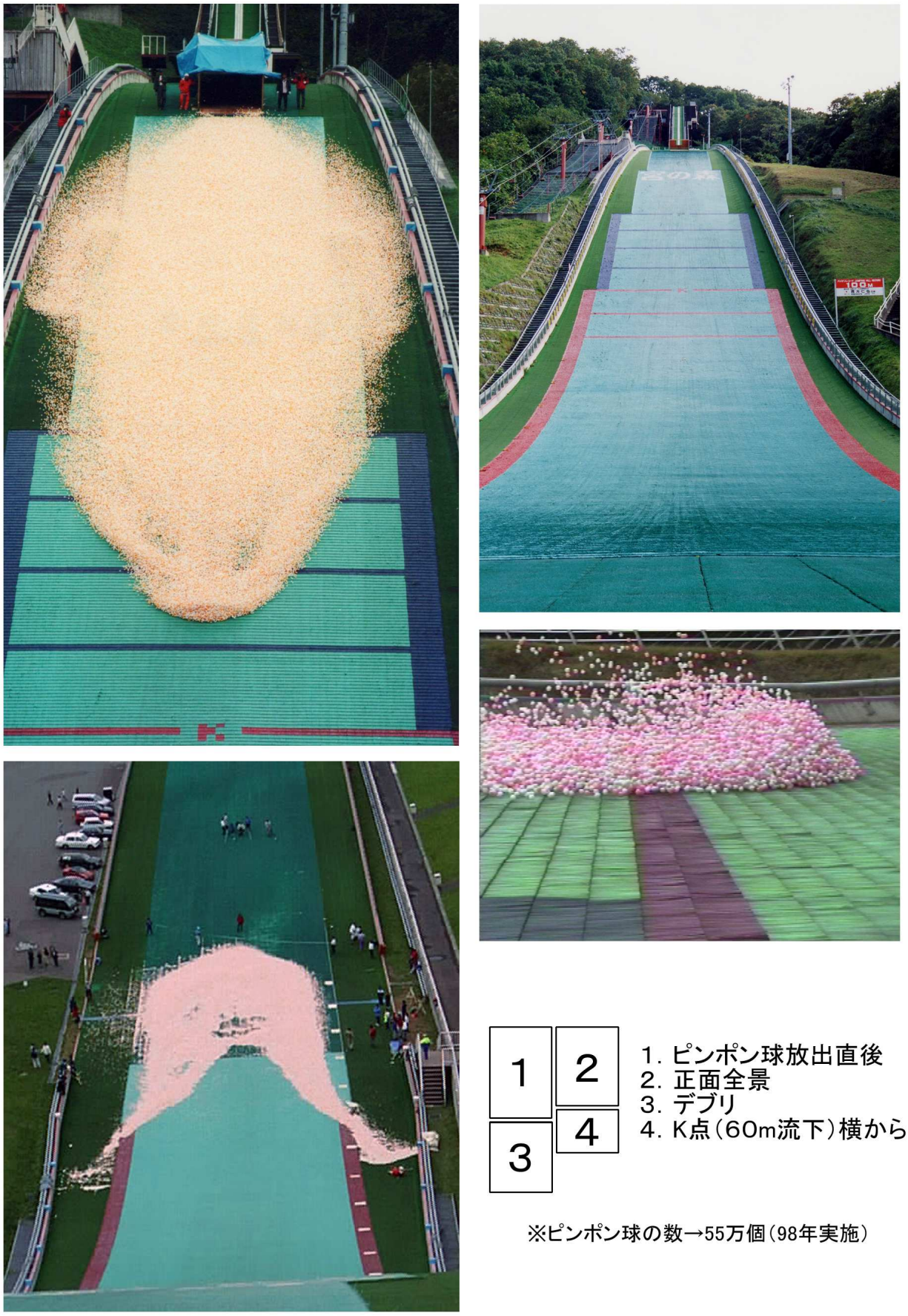


図 14: ピンポン球雪崩の流動形態

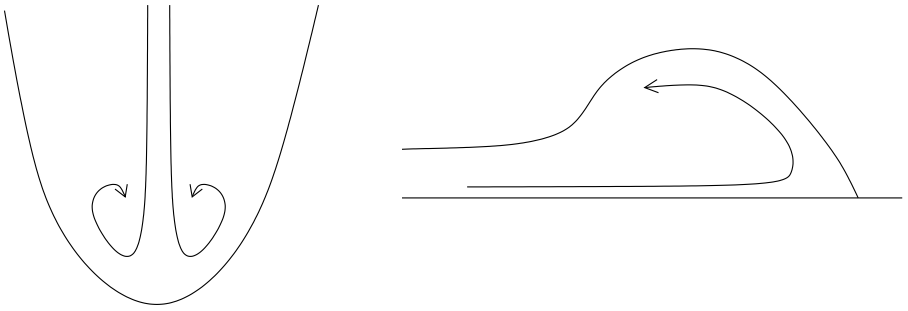


図 15: ピンポン球雪崩の粒子の動き
右：上から、左：横からみたピンポン球雪崩

ビデオ画像解析に移る前に、ピンポン球雪崩の流動形態について簡単な議論をする。

雪崩も含めて岩屑流、土石流や火砕流などの大規模な斜面崩壊現象では、横からその形を見ると先端では明瞭な頭部をもち、後部は尻尾のように細長くなることが確認されている。図 14 で示したように、ピンポン球雪崩も同様に頭部–尾部構造が形成されている。この構造的特徴は流れの周りにある流体の抵抗によって現れるものと考えられる。例えば、ガラスビーズを傾けたテーブルの上で転がしても、このような形は現れない。次に、これを水中で行ったときは、大規模崩落現象と同じようなふるまいをし、この特徴的な構造が形成される。この水中での運動のように、粒子に働く流体の抵抗力が重力に対して無視できないぐらい大きくなった時を考えると、先端にある粒子は流体の抵抗のため、速度が小さくなる。しかし、後部にある粒子は流体の抵抗をあまり受けず、重力によって加速される。結果として、先端部に粒子が集中するような形になり、「頭」が形成される。このようなメカニズムはピンポン球雪崩でもみられ、図 15 のように、先端では先端粒子と後続粒子の入れ替わりが起きていのが、先端部のビデオ映像から確認された。

4.3 ビデオ画像解析

ピンポン球雪崩の先端部分の流下距離と流下速度の関係を算出するため、ビデオ映像からピンポン球雪崩の輪郭を取り出す作業を行った。まず、撮影したビデオテープから映像データを取り出すために、Canopus 社の DVRaptor を用いて、1/60 秒毎の映像をビデオファイル (AVI) としてパソコンに取り込んだ。次に、ビデオファイルを 1/60 秒毎の静止画像 (PNG) に変換し、解析データとして使用した。ピンポン球雪崩の先端速度データを計算するために、静止画像からピンポン球の色を選択し、輪郭だけを画像データとして取り出すフィルターをかけた。その例として、図 16 に画像解析過程を示す。この図は、発生点から K 点付近 (流下距離 55m) まで流下する 320,000 個のピンポン球雪崩の輪郭を求めた図を与える。横軸および縦軸はビデオ画面のピクセル数である。IMAGE1 はビデオ映像から静止画面として取り出された画像で、IMAGE2 はフィルターをかけて、輪郭をプロットした図である。そして、IMAGE3 は、0.2 秒毎のその輪郭を描いた図を与える (わ

かりやすくするため輪郭に色を施した)。求められた輪郭の画像データは、3 次元のデータではないので速度を計算することはできない。そこで 2 次元データの 3 次元変換アルゴリズムを使って、輪郭画像データを 3 次元データに変換した。このアルゴリズムについては、Willson(1994) および Tsai(1986) を参考にした [52, 50]。そして、取り出された 3 次元輪郭データから先端の流下距離と速度を計算した。

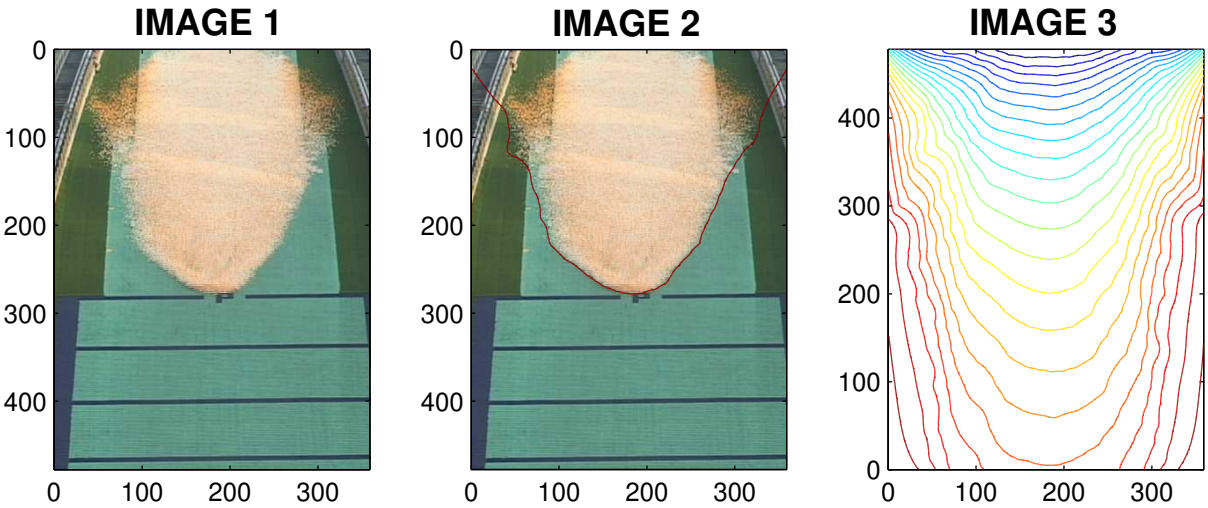


図 16: 320,000 個のピンポン球雪崩の輪郭 (0.2 秒毎)

4.4 実験結果

画像解析から得られた実験結果は、以下のようになる。

その前に、得られた輪郭データには多少の誤差があるので、データの平滑化を行う。誤差の大きさはピクセル数にすると ± 1 程度で、実際のピンポン球雪崩の先端位置に置き換えると約数 cm となる。したがって、流下速度を $10\mathrm{m/s}$ とすると、そのときの速度の相対誤差は ± 2 %となる。平滑化には次式からなるラグランジュ関数 L を用いた [44, 43]。

$$L = \frac{1}{2}\lambda \int_{t_0}^{t_1} [x_s(t) - x_r(t)]^2 \, \mathrm{d}t + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\mathrm{d}^\kappa x_s}{\mathrm{d}t^\kappa} \right)^2 \mathrm{d}t \tag{50}$$

$$\lambda [x_s(t) - x_r(t)] + (-1)^\kappa \frac{\mathrm{d}^{2\kappa} x_s}{\mathrm{d}t^{2\kappa}} = 0 \tag{51}$$

ここで、t_0, t_1 はある時間区間を表し、$x_r(t), x_s(t)$ は、それぞれ時間 t における生データと平滑化されたデータを示す。ここで、κ は適宜的に決められる次元数で、λ は、(51) 式のオイラー・ラグランジュ方程式から求められる係数である。平滑化されたデータ x_s を求めるには、(51) 式を代入した (50) 式から、L が最も小さくなるように、x_s を選ぶ方法で計算する。

今回の解析では、x_r を輪郭の画像データから得られた速度データ、x_s を平滑化された速度データ、そして、κ を適宜的に 3 と決めて平滑化の計算を行った。図 17 にその例を

示す。この図は 42,000 個のピンポン球雪崩の流下方向の速度プロファイルで、青線は画像から得られた速度生データ、赤線がラグランジュ関数を用いて平滑化された速度データを与える。このようにして平滑化し計算したそれぞれのピンポン球雪崩の流下方向の速度プロファイルを図 18 に示す。

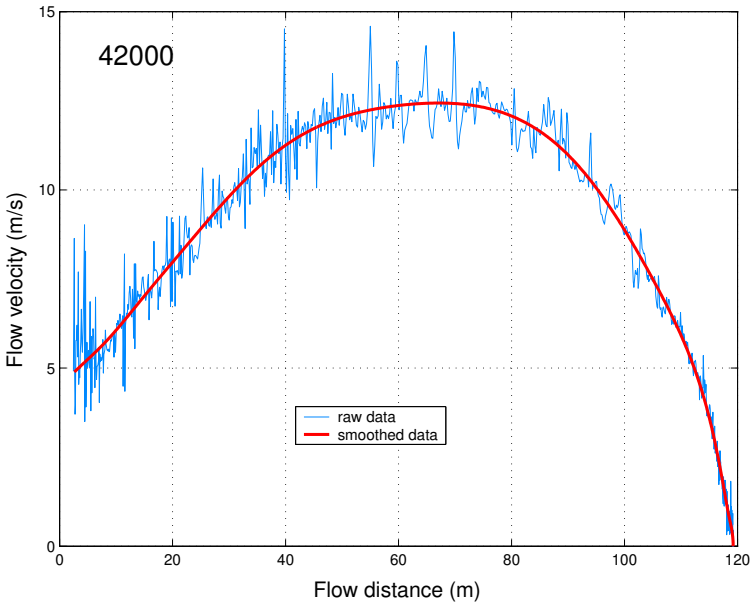


図 17: 流下速度データの平滑化

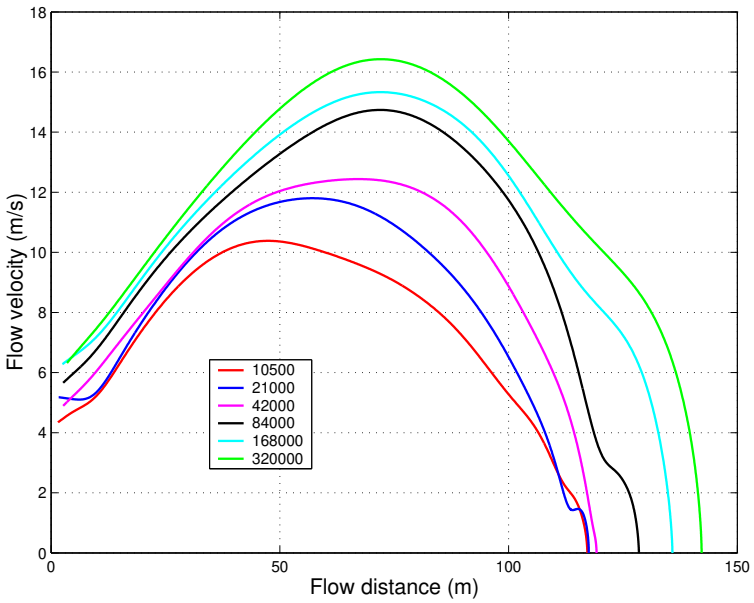


図 18: 算出されたピンポン球雪崩の流下速度

4.5 質量中心モデルの適応

この節では前節から得られた実測の速度データから底面摩擦係数 μ と $(\text{Friction length})^{-1}$ の抵抗係数の関係式を求め、速度の実測値と質量中心モデルの計算値を比較する。

まず、モデルと実測の速度比較を行う前に、仮定を 1 つする。それは質量中心モデルの流下速度はピンポン球雪崩の先端速度で議論することが可能ということである。第 4.2 節のピンポン球雪崩の流動形態のところで述べたように、ピンポン球は先端部に集中するような運動をし、結果として頭が形成させる。これはピンポン球雪崩の質量が先端部に集中するということでもある。したがって、雪崩の質量中心の速度を議論するときに、質量が集中する先端部の速度で評価することができると考える。

ピンポン球雪崩の流下到達距離は、それぞれ表 3 のようになった。この結果から、遠心力の効果の有無について (46) および (49) 式を用いて、底面摩擦係数 μ と $(\text{Friction length})^{-1}$ の関係を求めることができる。その計算結果を図 19 と図 20 に示す。図 19 は遠心力の効果を考慮した場合で、図 20 は遠心力の効果を考慮しなかった場合である。図中の * は実測の最大流下速度に合うようび選ばれた抵抗係数の組をプロットした点を示す。

次に最大流下速度に合うように求められた底面摩擦係数 μ と $(\text{Friction length})^{-1}$ を用いて、モデルの流下速度を計算し、実測値との比較を行った。その結果を図 21 と図 23 に示す。図 21 は遠心力の効果を考慮した場合で、図 23 は遠心力の効果を考慮しなかった場合である。また、流下速度の実測値 U_{act} と計算値 U_{cal} の差異をより詳しく見るため、実測値 U_{act} と計算値 U_{cal} の差分 $\delta v (= U_{act} - U_{cal})$ を計算し、流下距離方向の変化も求めた。その関係を遠心力の効果の有無について、それぞれ図 22 と図 24 に示す。

ピンポン球雪崩の球数 (個)	流下到達距離 (m)
10,500	117.2
21,000	117.5
42,000	119.2
84,000	128.5
168,000	135.8
320,000	142.2

表 3: ピンポン球雪崩の流下到達距離

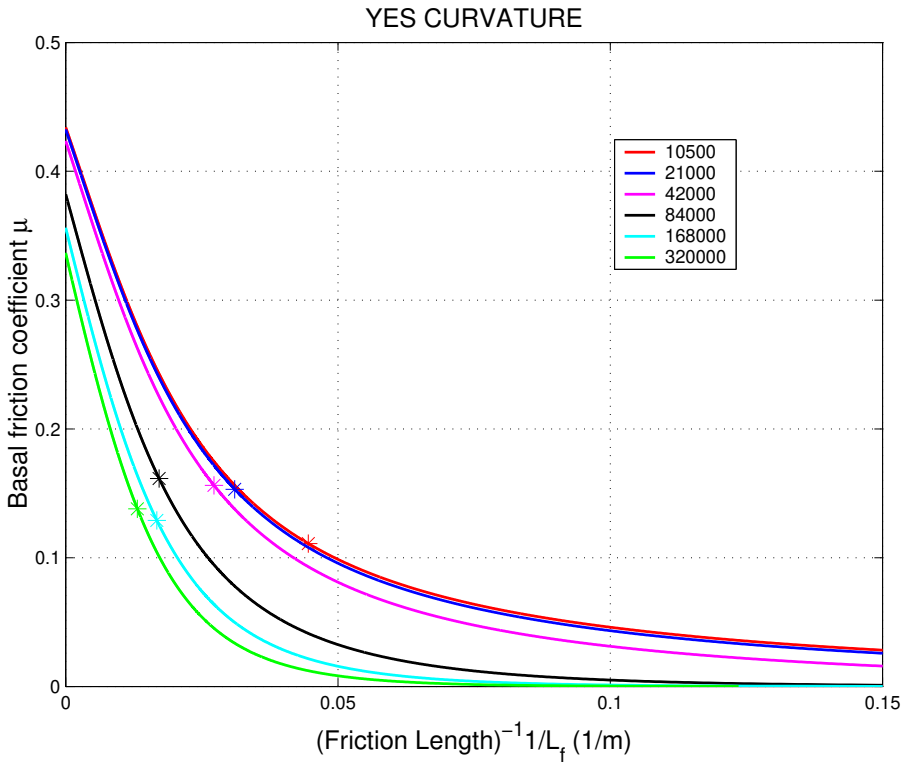


図 19: 底面摩擦係数 μ と $(\mathrm{Friction\ length})^{-1}$ の関係 (遠心力の効果–有)
* は最大速度に合うようび選ばれた抵抗係数を示す。

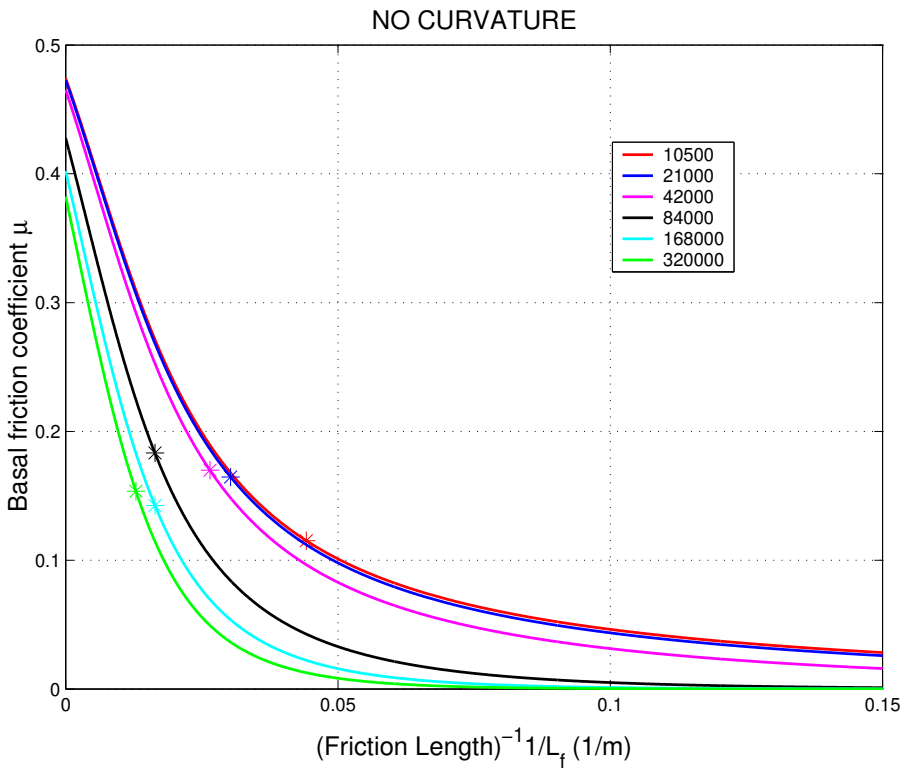


図 20: 底面摩擦係数 μ と $(\mathrm{Friction\ length})^{-1}$ の関係 (遠心力の効果–無)
* は最大速度に合うようび選ばれた抵抗係数を示す。

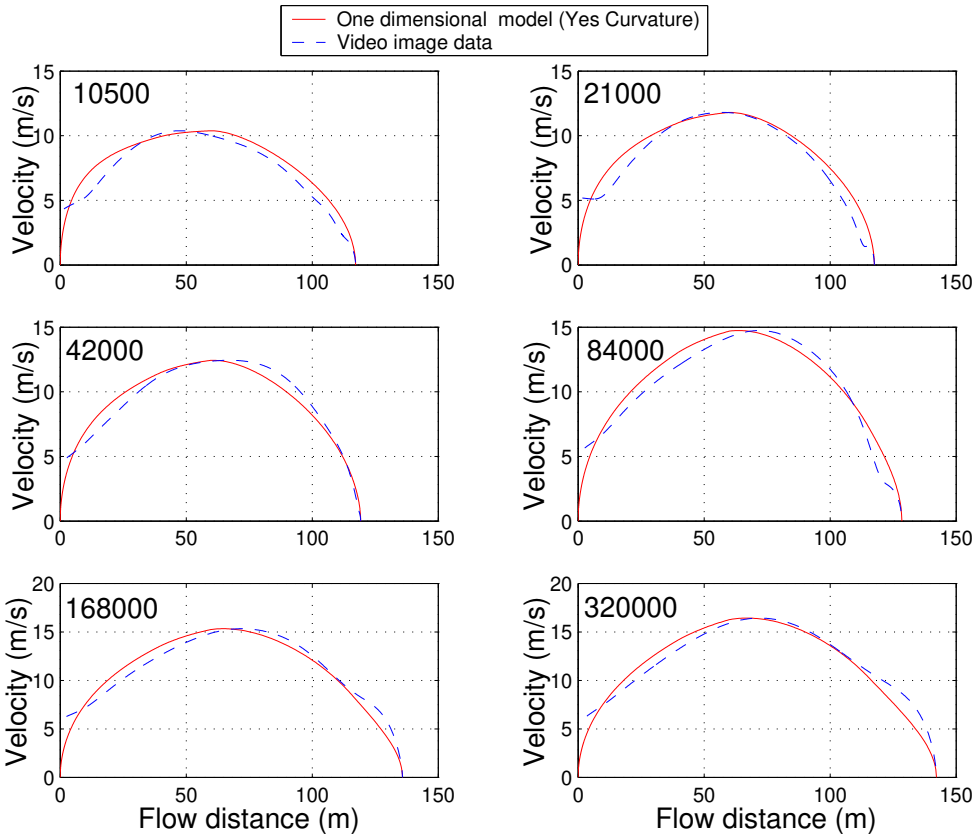


図 21: 流下速度の実測値と計算値の比較（遠心力の効果–有）

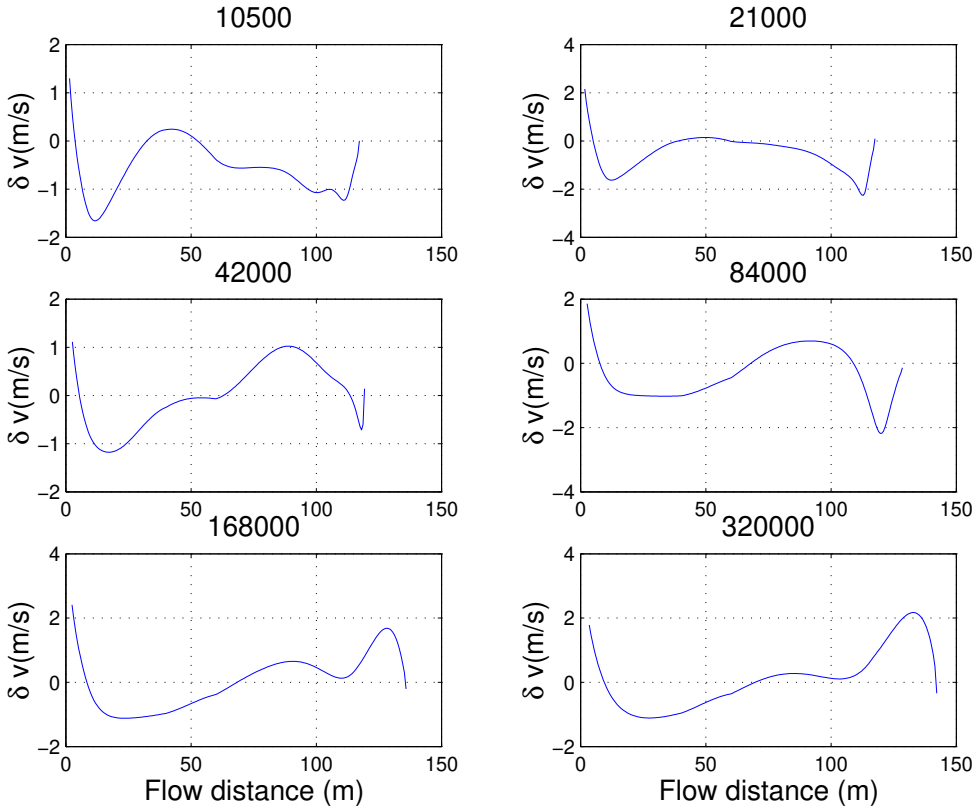


図 22: δv と流下距離の関係（遠心力の効果–有）

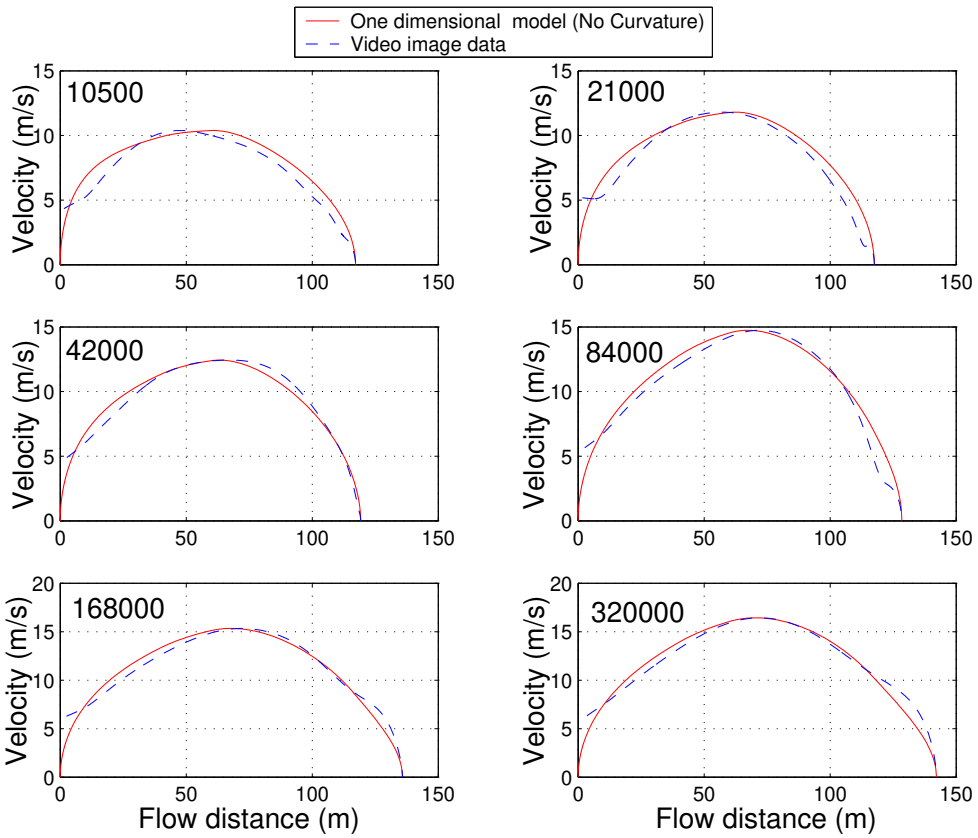


図 23: 流下速度の実測値と計算値の比較 (遠心力の効果–無)

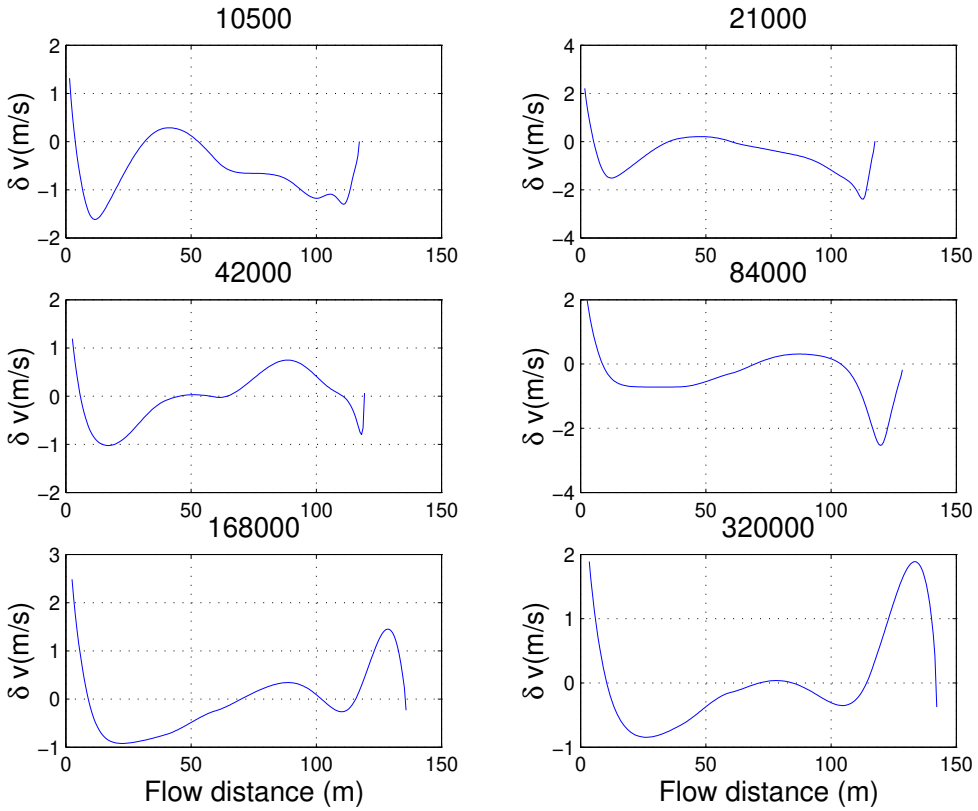


図 24: δv と流下距離の関係 (遠心力の効果–無)

4.6 考察

1. モデルの再現性

図 22、図 24 を見ると、はじめの段階ではモデルは実際の速度より小さく見積られている。箱に詰められたピンポン球に働く力を考えると、解放口近くにあるピンポン球には土圧のような力が働いていると考えられる。モデルが速度を過小評価したのは、この土圧の効果を考慮していないからであるといえるだろう。

32 万個のピンポン球雪崩の場合を例に挙げてこの土圧の大きさを考える。箱最下部の土圧 P_b を Rankine's theory に従うとして数式化すると

$$P_b = \rho g H \cos\theta_0 K \tag{52}$$

$$K = \frac{\cos\theta_0 - \sqrt{\cos^2\theta_0 - \cos^2\phi}}{\cos\theta_0 + \sqrt{\cos^2\theta_0 - \cos^2\phi}} \quad (\theta_0 < \phi) \tag{53}$$

$$K = 1 \quad (\theta_0 \geq \phi) \tag{54}$$

となる。ここで ρ は箱内の平均密度、g は重力加速度、H は箱内のピンポン球の高さ、θ_0 は発生地点の斜度、ϕ はピンポン球同士の摩擦角である。ρ はピンポン球の最密充填かさ密度 $64kg/m^3$、$g = 9.81$、$H = 1.5$、$\theta_0 = 25.2°$、$\phi = 16.7°$ (ピンポン球同士の摩擦係数 0.3) となる。ここで $\theta_0 \geq \phi$ となるので、(52) 式の係数 K は 1 となり、箱最下部にあるピンポン球に働く土圧は、$1.36\rho g$ となる。

流下方向の重力 $\rho g \sin\theta_0$ と土圧を合計すると $1.78\rho g$ となり、流下方向の初期加速度は $1.78g = 17.5(m/s^2)$ となる。しかし、ここで考慮しなければならないことは、ρ は箱内の平均密度として計算されているのでピンポン球の密度 $(87kg/m^3)$ との比を考慮しなければならない。密度の比を考慮し、初期加速度を再度見積もると $17.5 \times 64/87 = 12.9(m/s^2)$ となる。もし、仮にこの初期加速度を保ったまま、1m 流下した場合, 先端の流下速度は $5.1\mathrm{m/s}$ となる。32 万個のピンポン球雪崩が $3.5m$ 流下したときの先端速度が $6.3\mathrm{m/s}$ であることを考えると、この考察は妥当であると言えるだろう。

終端速度から停止域での再現性はピンポン球の数によって、その度合は違う。これはビデオ画像解析の結果によるものと考えられる。ビデオ解析データをみると停止域ではやや誤差が大きくなっている。これは撮影時の天候やビデオカメラの性能からくる誤差である。とくに 168000 個と 32 万個のピンポン球雪崩の停止域での速度はやや過大評価の傾向であると思われる。よって、全体としては、発生域及び停止域の状況を考え、発生停止域を評価の対象外とすると速度の誤差はほぼ $1m/s$ 以下であることから、遠心力の効果を考慮するしないに関わらず質量中心モデルは非常によく現象を再現しているといえるだろう。

次に遠心力による効果をみる。遠心力の効果有無における速度の実測値 U_{act} と計算値 U_{cal} の差をみるために、図 25 に図 22 と図 24 を重ねたものを示す。この図をみると、遠心力の効果を考慮しないで計算を行った方がよりゼロに近い値を示している。したがって、遠心力の効果を考慮しない方が流動がよく再現しているといえる。遠心力の効果は、今までの質量中心モデルではその寄与が小さい、もしくは計算の複雑性から無視されてきたが、考慮しない方がよく再現できるというのは興味深い結果である。

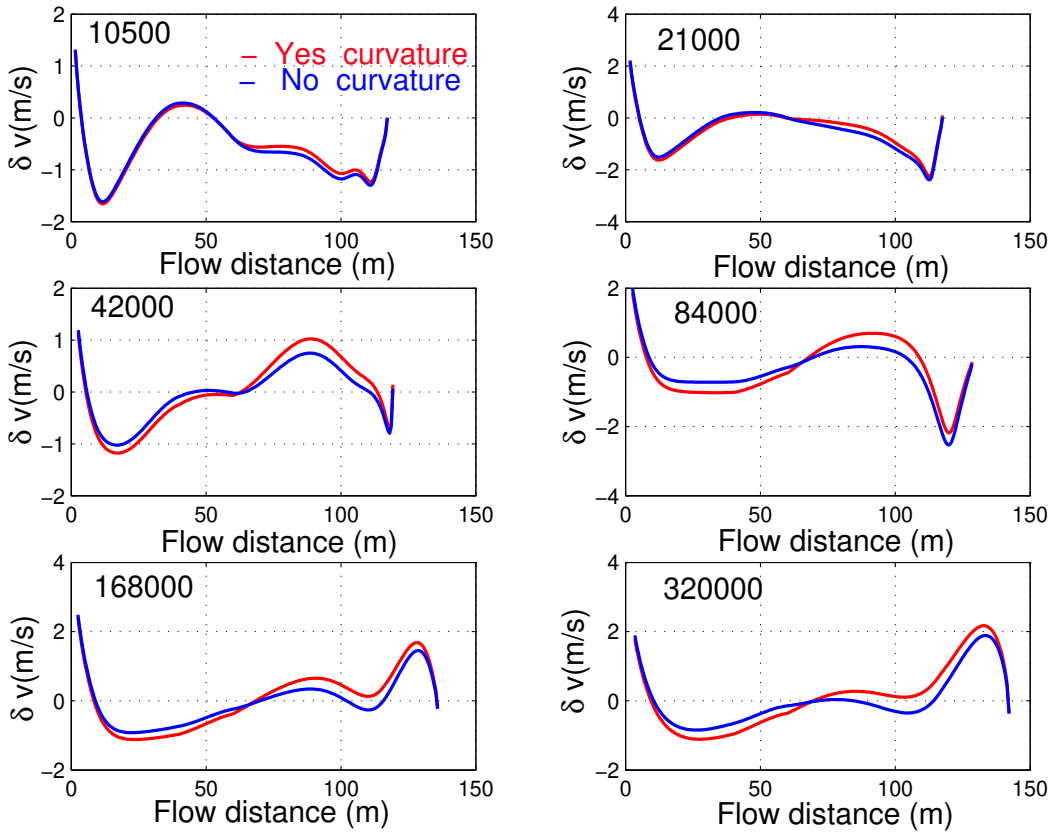


図 25: 速度の実測値 U_{act} と計算値 U_{cal} の差 $\delta v(= U_{act} - U_{cal})$ と流下距離の関係
赤線は遠心力の効果を考慮したデータで、青線は遠心力の効果を考慮しないデータである。

2. 空気抵抗係数

空気抵抗に関する $(\text{Friction length})^{-1}(L_f^{-1} = \nu/m)$ は、図 19, 20 からピンポン球雪崩の規模別にその値を求めることができた。ここでモデルの仮定として、空気抵抗は雪崩の面積スケールに比例するとした。その検証を行う。第 4.2 節で話したように、ピンポン球は先端に集中するふるまいをする。したがって、粒子同士が隣接するように一つの塊となって流下する。この時、ピンポン球雪崩の面積スケール A、ピンポン球雪崩の体積を V、ピンポン球の数を N とすると次の関係が成り立つ。

$$A \propto V^{2/3} \propto N^{2/3} \tag{55}$$

したがって、空気抵抗は雪崩の面積スケールに比例するという仮定が成り立つとすると、空気抵抗の係数である ν は、次の関係が成り立つはずである。

$$\nu = mL_f^{-1} \propto A \propto N^{2/3} \tag{56}$$

上式を確かめるために、空気抵抗 ν とピンポン球の数 N の関係を示した図を、遠心力の効果を考慮した場合としない場合についてにそれぞれ図 4.6 と図 27 に示す。これらの図から、粒状体のように個々の粒子はばらばらであっても、空気抵抗が大きく作用する状況では面積スケールに比例して空気の抵抗が働き、その大きさは規模の 2/3 乗に比例するといえる。

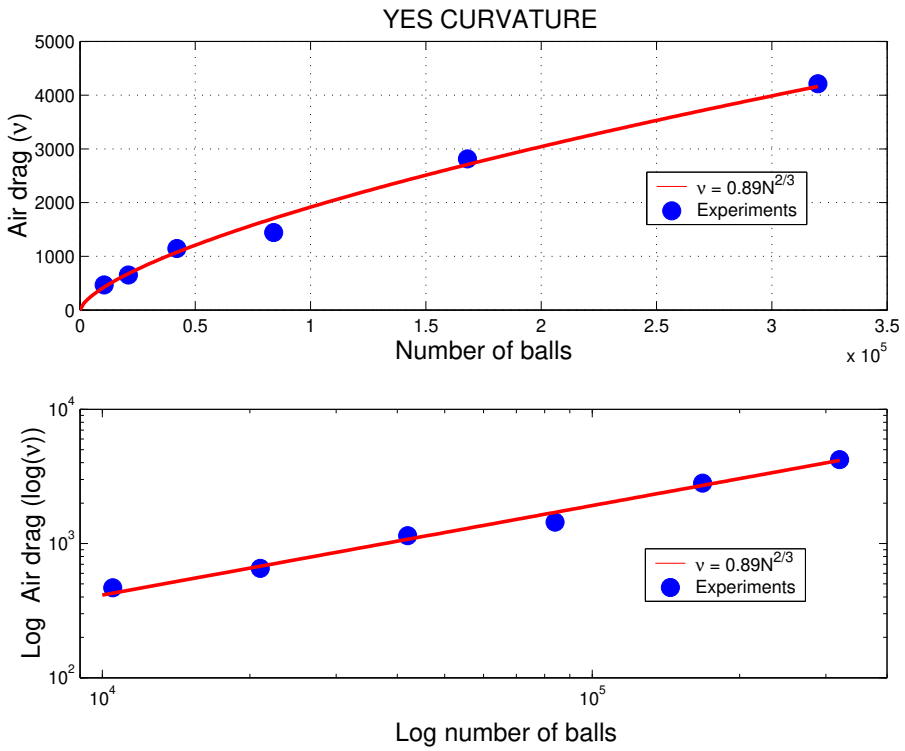


図 26: ピンポン球の数 N と空気抵抗 ν の関係 (遠心力の効果有)
上は常数表示、下は対数表示である。図中の赤線は $\nu \propto N^{2/3}$ の理論曲線および直線である

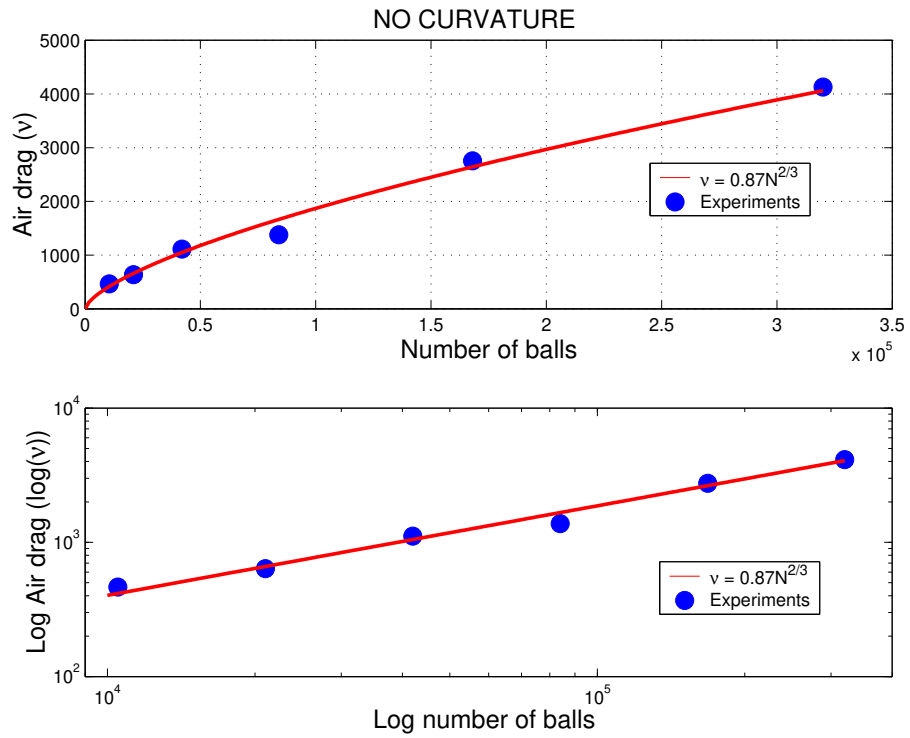


図 27: ピンポン球の数 N と空気抵抗 ν の関係 (遠心力の効果無)
上は常数表示、下は対数表示である。図中の赤線は $\nu \propto N^{2/3}$ の理論曲線および直線である

2. 底面摩擦抵抗

空気抵抗に関する検証を行ったが、底面摩擦は垂直効力に比例して働き、しかもその底面摩擦係数は常に一定であるとした。この仮定が成り立たなければ、空気抵抗が面積に比例すると結論付けることもできない。図 19, 20 を見ると底面摩擦係数 μ は、それぞれ $0.1 \sim 0.2$ と狭い範囲に限定されている。ここで前節で導出した空気抵抗 ν の関係式 $\nu = 0.89N^{2/3}$ および $\nu = 0.87N^{2/3}$ を用いて、再度、空気抵抗 ν の値を見積り、底面摩擦係数 μ と $(\text{Friction length})^{-1}$ の曲線上にプロットするとそれぞれ、図 28, 29 のようになる。赤丸が再度見積もられた点である。

これらの図をみると、再度見積もられた底面摩擦係数はある一定の値をとるといえる。しかし、何点かは平均の値を外れている。42,000 個の値は平均の値より大きく見積もられている。実験時を振り返ると、この時は風があり、ピンポン球雪崩の先端は中心ラインから外れて流下していた。そのため、やや空気抵抗係数は過大評価となったといえるだろう。次に、図 19, 20 の常数表示をみると、ピンポン球の数が小さくなくなるにつれて、その曲線の傾きが大きくなっている。これは、ピンポン球の数が小さければ、わずかな値の変動でも空気抵抗の値は大きく変動することを意味する。それ故、10500 個の時の値は外れてしまったのではないかと考えられる。したがって、摩擦係数は一定の値をとり、ピンポン球の規模によるスケール依存はないといえる。

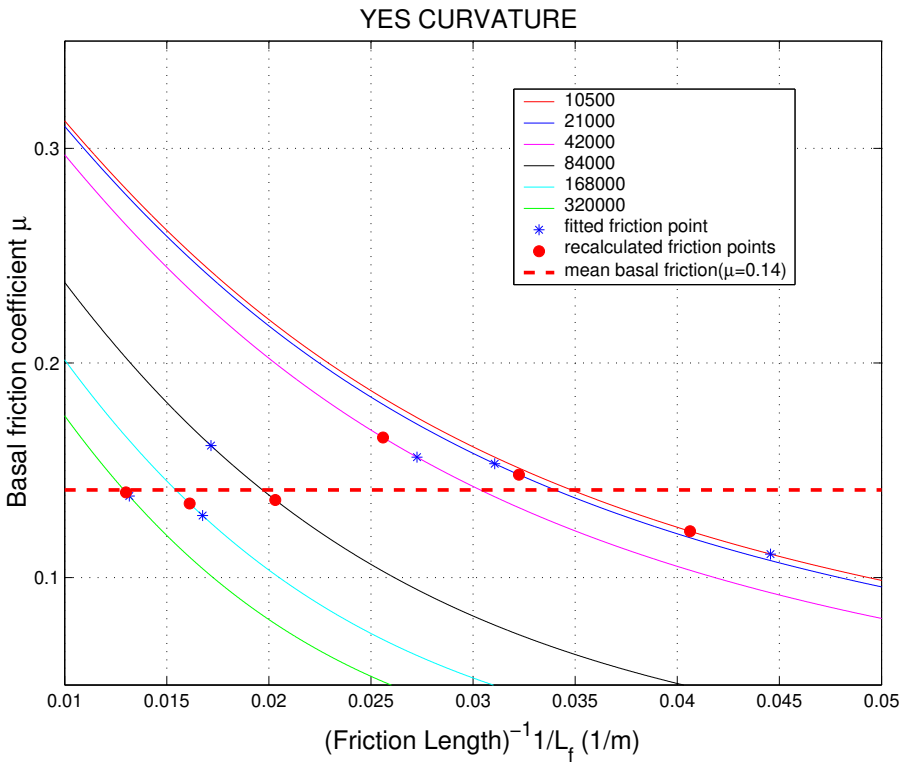


図 28: 再度見積もられた底面摩擦係数 (遠心力の効果有)

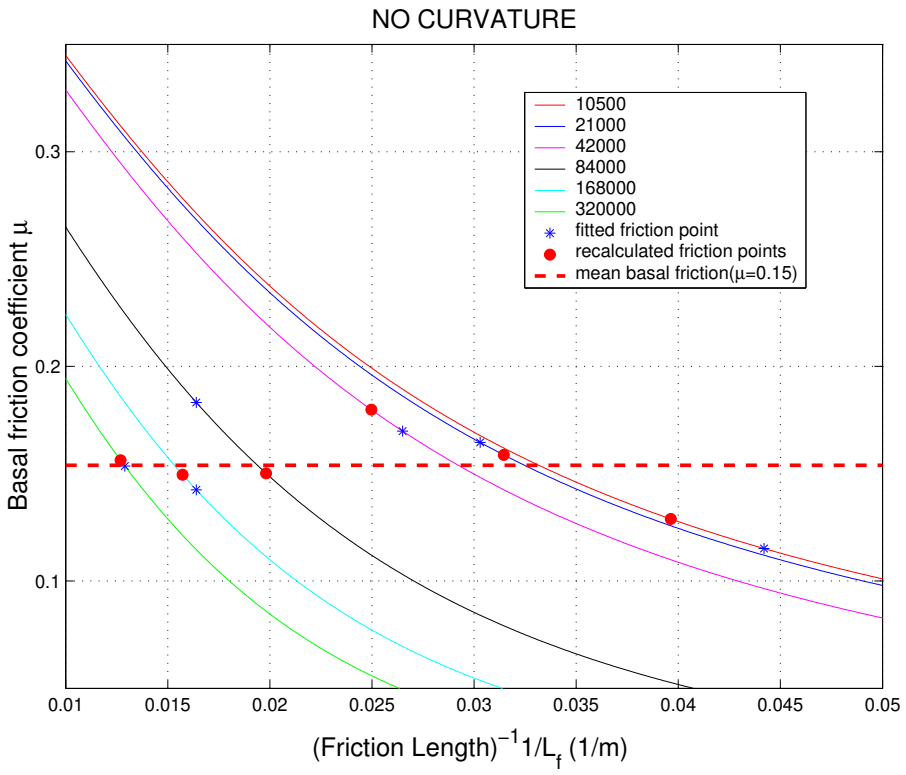


図 29: 再度見積もられた底面摩擦係数 (遠心力の効果無)

3. 速度のスケール依存

Nohgchi(1997) は初めて、ピンポン球雪崩の終端速度と球数の依存関係を求めた [37, 39, 33, 38]。彼は、終端速度 V_e が球の数 N のべき乗に比例関係があると仮定し、空間のスケールとの依存性から次式からなる関係を求めた。

$$V_e = v_e N^a \tag{57}$$

ここで、v_e はピンポン球 1 つの終端速度、a は空間の次元によって決まる数で 3 次元の場合は $1/6$ となり、2 次元の場合は $1/4$ となる。しかし、彼の使用した速度データは宮の森ジャンプ台の P 点と K 点の間の平均速度 (図 12 参照) を終端速度としている。今回の実験では終端速度の大きさと位置は画像解析データから求めれており、表 4 のようになった。よって、上と同様な解析がより厳密に行うことができる。

上での仮定では終端速度 V_e が球の数 N のべき乗に比例関係があるとしたが、今回質量中心モデルの抵抗係数の検証結果から、この仮定を用いずに終端速度 V_e が球の数 N の関係を求めることができる。終端速度に達した時のピンポン球雪崩の運動状態を考えると、加速度は 0 になる。これを質量中心モデルの運動方程式 (29) 式に置き換えて考えると、次式の関係が成り立つ。

$$g(\sin\theta_e - \mu\cos\theta_e) - (\mu\kappa_e + \frac{\nu}{m})V_e^2 = 0 \tag{58}$$

ここで、θ_e, κ_e は終端速度に達した時の斜面角と曲率である。次に (Friction length)$^{-1}$(L_f^{-1} =

ν/m) についてまとめると

$$L_f = \left[\frac{\widetilde{g(\theta_e)}}{V_e^2} - \mu\kappa_e\right]^{-1} \tag{59}$$

$$\widetilde{g(\theta_e)} = g(\sin\theta_e - \mu\cos\theta_e) \tag{60}$$

となる。また、(56) 式で導いた関係式から、球の数を N とすると

$$L_f = \frac{m}{\nu} = \frac{m_0 N}{CN^{2/3}} = \frac{m_0}{C}N^{1/3} \tag{61}$$

が成り立つ。ここで、m_0 はピンポン球の質量、C は空気抵抗に関する係数である。この (61) 式を (59) 式に代入して再整理すると、

$$N^{1/6} = \left(\frac{C}{m_0}\right)^{1/2} \frac{V_e}{\left(\widetilde{g(\theta_e)} - \mu\kappa V_e^2\right)^{1/2}} \tag{62}$$

となる。ここで、$\widetilde{g(\theta_e)}$ が一定とし、さらに遠心力の効果がないとして $\mu\kappa V_e^2$ を無視すると、

$$V_e \propto N^{1/6} \tag{63}$$

となり、Nohgchi(1997) が導いた関係式となる。また、$\widetilde{g(\theta_e)}$ と $\mu\kappa V_e^2$ についてそれぞれ上と同様にスケール依存を考えると

$$F(V_e,\theta) = \frac{V_e}{(\sin\theta_e - \mu\cos\theta_e)^{1/2}} \propto N^{1/6} \tag{64}$$

$$F(V_e,\theta,\kappa) = \frac{V_e}{\left(\sin\theta_e - \mu\cos\theta_e - \mu\kappa V_e^2/g\right)^{1/2}} \propto N^{1/6} \tag{65}$$

となる。これらの (63),(64),(65) 式を検証するため、それぞれ関係をプロットした図を対数表示および常数表示を図 30 と図 31 に示す。ただし、添字の e は省略した。また、(64),(65) 式の中に含まれている底面摩擦係数 μ は、図 28, 29 から求められた平均底面摩擦係数を用いた。それぞれの相対誤差の平均を計算すると 4.2 %,4.3 %,6.5 %であった。モデルとの速度比較からも得られたことであるが、ここからも遠心力の効果は考慮しない方が再現性がよいということがいえるだろう。

次に、常数表示によるスケール依存をみると、速度が球の数のべき乗のみに比例するとしたとき、ピンポン球の数が大きいほど小さく見積もられている。ここに注目して、168,000 個と 32 万個の時の相対誤差を平均するとそれぞれ 4.2 %,3.2 %,5.5 %であった。ここで興味深いのは、斜面角を考慮した速度 $F(V_e,\theta)$ のスケール依存がよく理論値にのるということである。今までのスケール依存の解析では得られなかった結果である。確かに V_e と $F(V_e,\theta)$ の平均相対誤差は大きな違いはないが、表 4 の最大速度に達したときの斜面角をみると、球の数が増えるにつれて小さくなっている。単純に速度が球の数のべき乗に比例するという仮定だと、すべてのピンポン球雪崩の最大速度は同じ場所でおきているということになる。しかし、ピンポン球雪崩はその規模が大きくなるにつれて最大速度に達する位置も遠くなり、この仮定が成り立たなくなる。その結果、単純に速度が球の数のべき乗のみに比例すると仮定してしまうと、この斜面角の効果を考慮していないので、過小評価することになる。

ピンポン球雪崩の球数 (個)	流下距離 (m)	斜面角 (degree)	曲率半径 (m)
10,500	47.38	36.00	∞
21,000	57.05	36.00	∞
42,000	67.11	31.45	89.5
84,000	72.01	28.30	89.5
168,000	71.98	28.32	89.5
320,000	72.07	28.27	89.5

表 4: 最大速度に達した時の流下距離、斜面角および曲率半径

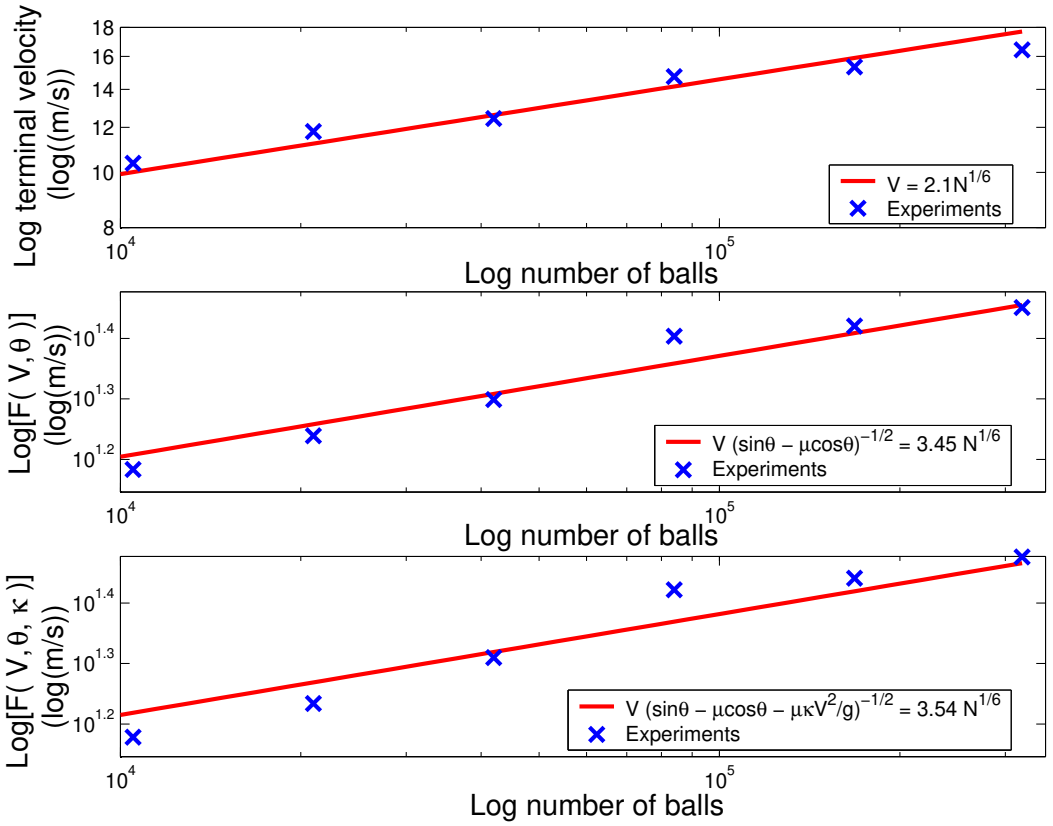


図 30: 速度の $N^{1/6}$ スケール依存 (対数表示)

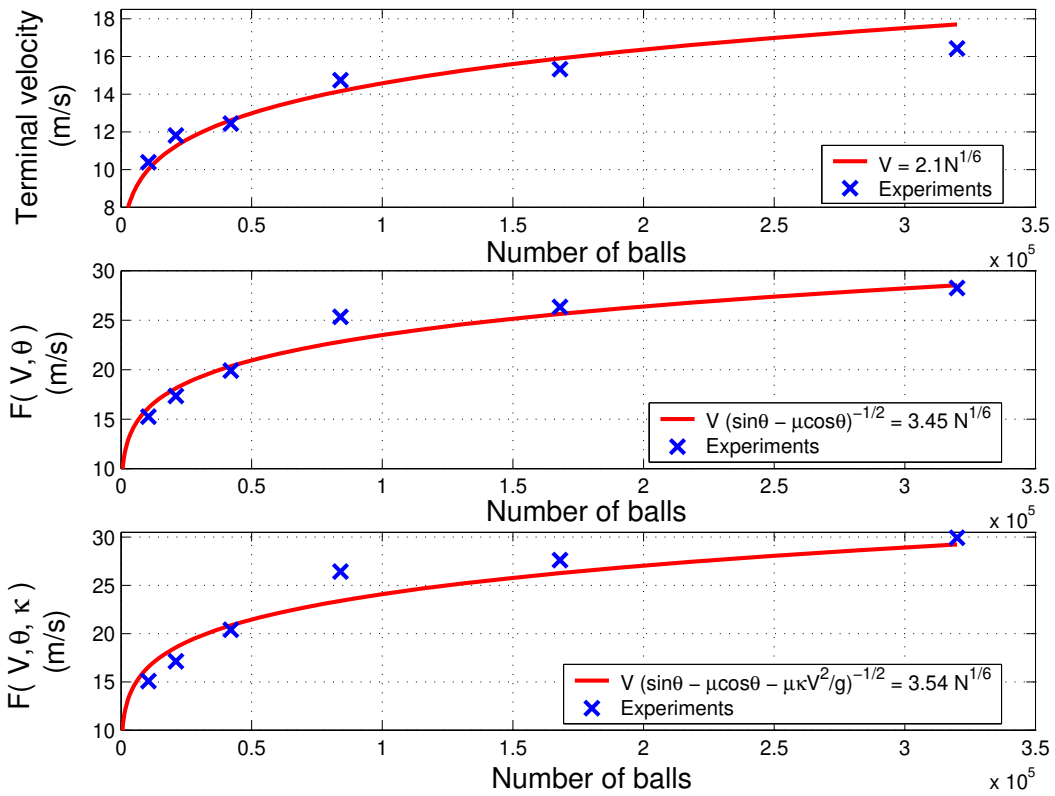


図 31: 速度の $N^{1/6}$ スケール依存 (常数表示)

5 自然雪崩へのモデル適応

5.1 概説

この節では実際の雪崩に対する質量中心モデルの適応を行う。まず、はじめに雪崩データの統計的解析を行い、自然雪崩の流動特性をみる。そして、今まで提案されたモデルとピンポン球雪崩実験から明らかになった抵抗係数の構成式を用いたモデル、それぞれについて雪崩への適応を行い、現段階での質量中心モデルの有効性を評価する。

5.2 雪崩走路データ

ピンポン球雪崩への質量中心モデルの適応を考えたときに、発生点、停止点およびその間の走路がわかっていれば抵抗係数の関する関係式が導き出すことができた。これと同様に自然雪崩へ適応を考えた時に雪崩の詳細な走路データが必要となる。以下の表 5 に収集した雪崩走路データを示す。雪崩走路データは全てで 18 事例となったが、16 事例は、建設省土木研究所新潟試験所が統計的に雪崩災害の危険地域を見積もる際にまとめられた全 66 事例の一部である [8]。一部を用いたのは、残りのデータが、家屋への衝突や道路の法面雪崩のようなデータであったためである。また、雪崩の発生量、発生時の積雪深、幅に関する詳細なデータは残念ながらなく、発生日時も不明なデータもある。そして、走路データは、発生点と停止点を直線で結び、その直線距離に対応する雪崩走路の高度変化を示したものであり、流下距離に対する高度データとは違うことを留意する。残りの 2 事例は、1998 年 1 月に北海道ニセコヒラフスキー場春の滝で起こった乾雪表層雪崩と 2000 年 4 月に北海道鹿追の糠平線で起きた湿雪全層雪崩である [10, 56, 55]。両雪崩とも走路地形は分かっており、とくに鹿追での雪崩データに関しては、発生後の現地調査から発生時の気象状況、積雪深や走路の幅など詳細なデータがわかっている。

走路データは地図の等高線から読みとられるため、連続したデータではない。そこで、モデル計算をするため、走路データの補間を行なった。補間方法として、Piecewise cubic Hermite 補間法 (エルミート法 : ラグランジュ補間を拡張し、各点での微分係数も一致させる補間方法 [58, 6]) を採用しデータの補間を行なった。図 32, に補間した雪崩走路データの例を示す。図 32 は、N0.10 の新潟県湯沢町土樽で起きた表層雪崩の走路データである。

	発生地名	日付	雪崩の種類
No.01	長野県北安雲郡白馬村沢渡	1981/03/20	全層
No.02	新潟県高柳町川北	1981/01/12	全層
No.03	新潟県六日町大字坂戸	1984/02/09	表層
No.04	新潟県入広瀬村大白川新田	—/—/—	表層
No.05	新潟県塩沢町蟹沢新田地内	—/—/—	表層
No.06	新潟県湯沢町堀切	1984/02/29	表層
No.07	新潟県湯沢町土樽	—/—/—	表層
No.08	新潟県六日町大字小川字深山平	1981/01/22	表層
No.09	福島県会津郡只見町叶津	—/—/—	表層
No.10	新潟県湯沢町土樽	—/—/—	表層
No.11	新潟県湯沢町土樽	—/—/—	表層
No.12	新潟県湯沢町土樽太郎谷	1984/02/09	表層
No.13	新潟県六日町（もぐら沢）	1984/02/10	表層
No.14	宮城県大和町大倉	—/—/—	表層
No.15	新潟県青海町田海	1986/01/26	表層
No.16	福島県会津郡只見町只見	—/—/—	表層
No.17	北海道ニセコ町春の滝	1998/01/28	乾雪表層
No.18	北海道鹿追町然別	2000/04/06	湿雪全層

表 5: 収集した雪崩走路データ

No.1 ~ 17 は建設省土木研究所新潟試験所収集データで、—/—/—は発生日時不明データである。また、雪質のデータはない。

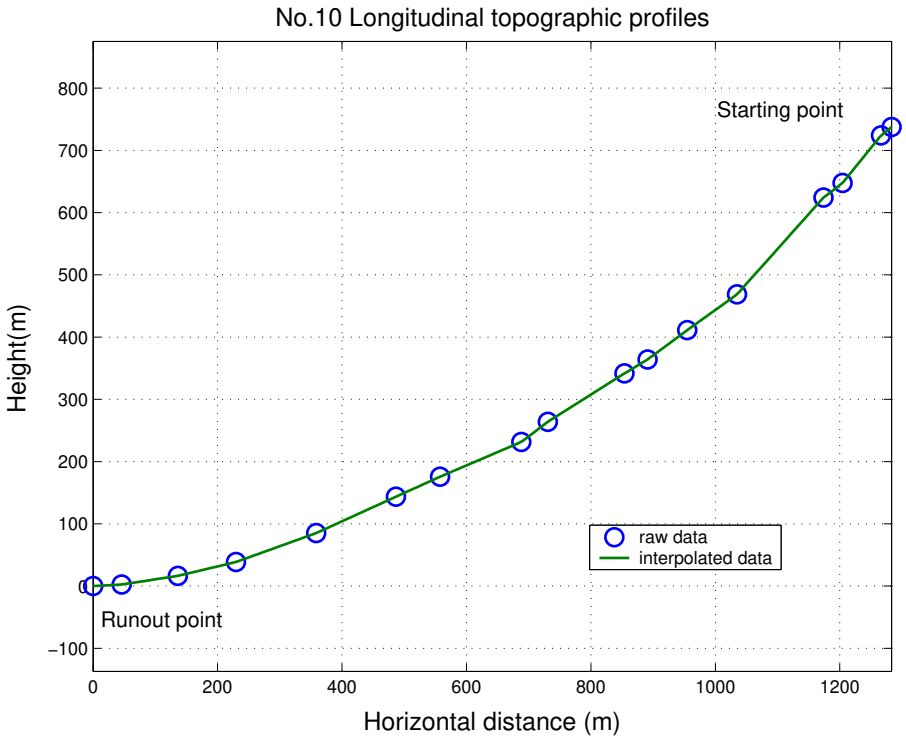


図 32: 雪崩走路データの補間の例

5.3 統計モデル解析

ここでは、質量中心モデルの適応を行なう前に、統計モデルによるデータの解析を行なう。統計モデルとは、過去の雪崩事例にもとずいて、雪崩の到達距離を地形条件の関数として求めるモデルである。地形条件だけによって雪崩到達距離を見積もることができるので、発生点、停止点およびその間の走路が雪崩が起きなくてもわかるということになる。このモデルが今回使用する雪崩データで適応できれば、実測の雪崩の到達距離のデータを用いずに、第 3.5 節で求めたように抵抗係数の関する関係式が導き出すことができる。それでは、以下に統計モデルの説明、収集した雪崩走路データへの統計モデルによる解析を行なう。

統計モデルはノルウェー地球工学研究所 (Norwegian Geotechnical Institute) で開発され、Lied ら (1980,1983,1988) がその代表例としてあげられる [21, 3, 22]。まず、地形図から走路を 2 次曲線 $y = ax^2 + bx + c$ で近似し、図 33 に示すように、地形パラメーターを読み取る。統計モデルは、これらの値を変数として到達距離を計算する。以下にそのパラメーターを示す。

α ：堆積域の先端から発生域の上端を直接見通した角度 (°)
β ：雪崩の発生点と近似曲線が 10 度になる点を結んだ角度 (°)
θ_0 ：2 次曲線 $y = ax^2 + bx + c$ で近似した時の発生点の斜面角 (°)
$y^{"}$ ：2 次曲線 $y = ax^2 + bx + c$ で近似した時の雪崩走路の曲率 $(= 2a)$

Lied らは、この α と β の関係を、実際に起きた雪崩 (206 ケース) をもとに、重回帰解析

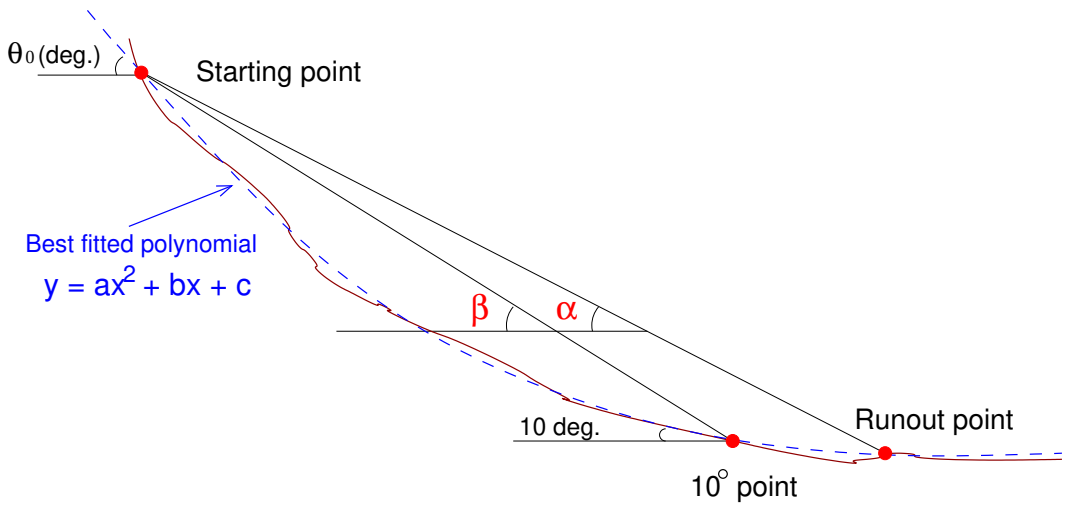


図 33: 雪崩統計モデル

を行い、次式からなる回帰式を求めた。

$$\alpha = 0.96\beta - 1.4^{\circ} \tag{66}$$

ここで用いられている β は斜面データから計算される値であるので、斜面が一意的に与えられると α が計算でき、雪崩の到達距離が予測可能となる。Lied らが用いた雪崩 (206 ケース) の事例では相関係数 0.92 の精度で予測可能であることが示されている。このような方法で統計モデルは雪崩の到達距離を予測するのだが、本論文では、次式 (7 パターン) で与えられる回帰式を用いて、収集した雪崩事例から重回帰解析的に係数を計算し、統計モデルによる雪崩到達距離の再現性をみた。

$$\alpha = a\beta + b \tag{67}$$
$$\alpha = a\theta_0 + b \tag{68}$$
$$\alpha = ay'' + b \tag{69}$$
$$\alpha = a\beta + b\theta_0 + c \tag{70}$$
$$\alpha = a\beta + by'' + c \tag{71}$$
$$\alpha = a\theta_0 + by'' + c \tag{72}$$
$$\alpha = a\beta + b\theta_0 + cy'' + d \tag{73}$$

ここで、a, b, c, d は重回帰解析的に求められる係数である。

その結果が図 34 である。上式の 7 パターンについて求めた相関図で、表層雪崩, 全層雪崩をそれぞれ別の記号で示した。図中の $f(\beta, \theta_0), f(\beta, y"), (\theta_0, y"), f(\beta, \theta_0, y")$ は、それぞれ (70),(71),(72),(73) 式を表し、赤線は重回帰解析的で求められた回帰直線である。そして、R はその回帰直線の相関係数を示す。

それぞれの相関係数をみると、0.65 ~ 0.69 となり、必ずしも相関があるとはいえない結果になった。なぜ、このような結果になったか考察すると、統計モデルを利用しているノルウェーでは、対象とする雪崩は 100 年オーダーで起きうる最大の規模と想定され、100

年以上も蓄積されたデータからこの条件にあう雪崩事例を選び出し、解析に用いている。今回使用した雪崩データは、過去起こりうる最大の雪崩を想定して選び出されたわけではなく、しかも、山なみが複雑で険しい日本では理想的な二次曲線はなかなか引けず、データの中のは上に凸なデータも含まれている。このような背景から相関係数は大変低いものとなったといえる。したがって、日本で起こる雪崩の流下距離を統計的モデルから見積もるのは現段階ではできないといえるだろう。

しかし、全体的な雪崩の流動特性をみるうえでは、興味深い関係を読みとることができる。全ての図において全層雪崩の値は回帰直線より、上に位置するような傾向を示している。これは、全層雪崩と表層雪崩が同じ斜面で起きた場合、全層雪崩は短く、表層雪崩は遠くへ流れることを示唆している。これは全層と表層では、卓越して働く抵抗が明らかに違うといことを示している。よって、モデルを用いてシミュレートする時には、この違いを明らかにして、パラメーターの決定を行う必要があるといえる。また、図 34 右上の見通し角 α と発生地点の斜面角 θ_0 の相関図をみると、正の相関傾向を示している。これは雪崩発生域の斜度が小さいほど遠くへ雪崩は流下するということを表している。つまり、緩い斜面で雪崩が発生するということは、それだけ始動積雪深が大きいということであり、それゆえ雪崩の規模も大きいということになる。収集した雪崩の事例には詳細な雪崩発生規模のデータはなかったが、雪崩発生規模が大きくなればそれだけ遠くへ流下するということが読みとることができた。

ここで付随して、この解析からわかったことを追記する。統計的に雪崩の最大到達距離を見積もる試みは日本でも行われており、高橋 (1960) の経験則というものがある $[54]$。彼は過去の雪崩のデータから全層雪崩と表層雪崩、それぞれについて見通し角 α を計算し、その最小値に約 1 割の安全率を加味した値を雪崩の到達危険域の指標とした。その値 α は、全層雪崩で 24 度、表層雪崩で 18 度となる。今回解析した雪崩データでも図 34 左上の相関図を拡大した図 35 で示すように、それぞれの雪崩に対して、ほぼこの基準を満たしているといえよう。

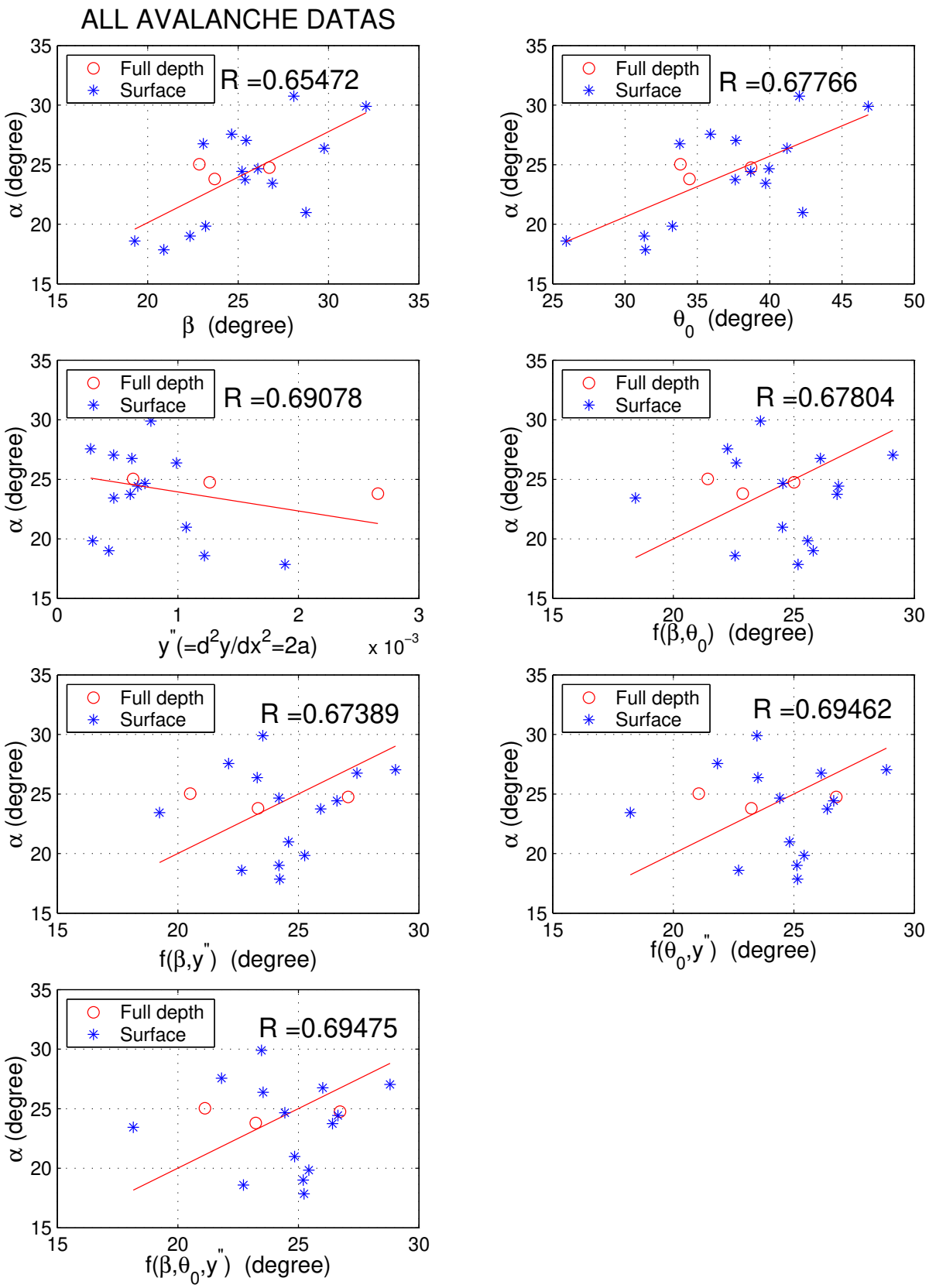


図 34: α と各地形パラメーターとの相関図 (全雪崩データ)

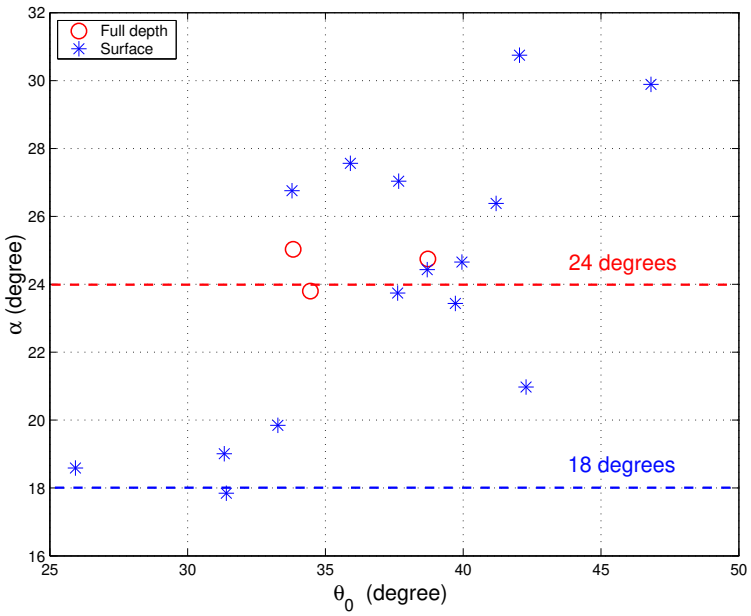


図 35: α と β の関係 (全雪崩データ)

5.4 鹿追雪崩へのモデル適応

この節では実際の雪崩へのモデルの適応を行う。しかし、集めた雪崩事例には詳細性に欠けるデータが多く、議論できるデータは少ない。その中で、2000 年 4 月に北海道鹿追の糠平線起きた湿雪全層雪崩 (以下、鹿追雪崩と呼ぶ) は、現地調査から詳細なデータが分かっている。まず、鹿追雪崩の概況を述べて、モデルによる速度計算を行う。

5.4.1 鹿追雪崩の概況

2000 年 4 月 6 日に北海道河東郡鹿追町にある西ヌプカウシヌプリ山の南斜面にて面発生湿雪全層雪崩が発生した (図 36)。雪崩は、標高 1,100m (斜面角 33.4 度) で発生後、約 690m 流下し、標高 850m 付近で停止した。雪崩の走路末端には道道 85 号線 (鹿追糠平線) が走っており、2000 年に施工された仮設のスノーシェッドがかかっていた。雪崩は、ちょうどこの上に停止する形となった。図 37 に鹿追雪崩の 3 次元斜面地形を与える。雪崩走路の幅は、ほぼ発生域から停止域までほぼ一定で、その長さは 30m であった。また、雪崩走路の縦断図を見ると、非常に滑らかな曲線であり、2 次曲線 $(y = ax^2 + bx + c)$ で近似できる (図 38)。走路上の植性は笹地で、走路の雪はほとんど流される結果となったので、発生後の走路面は笹が露出していた。

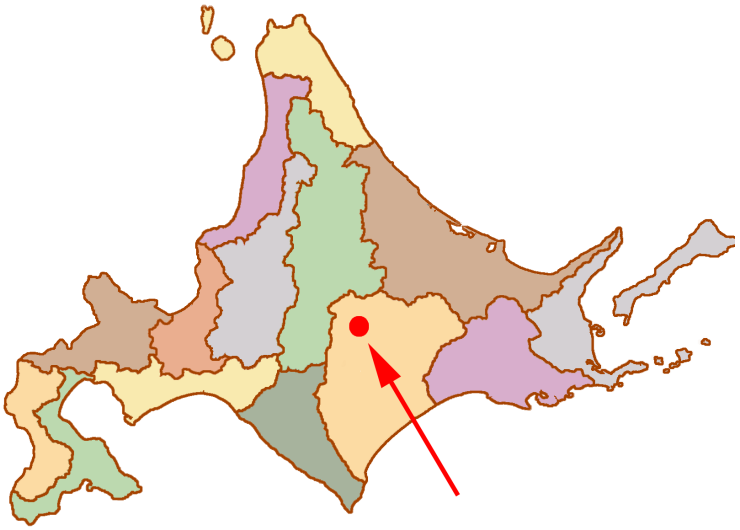


図 36: 北海道地図 (赤丸 : 鹿追雪崩の位置)

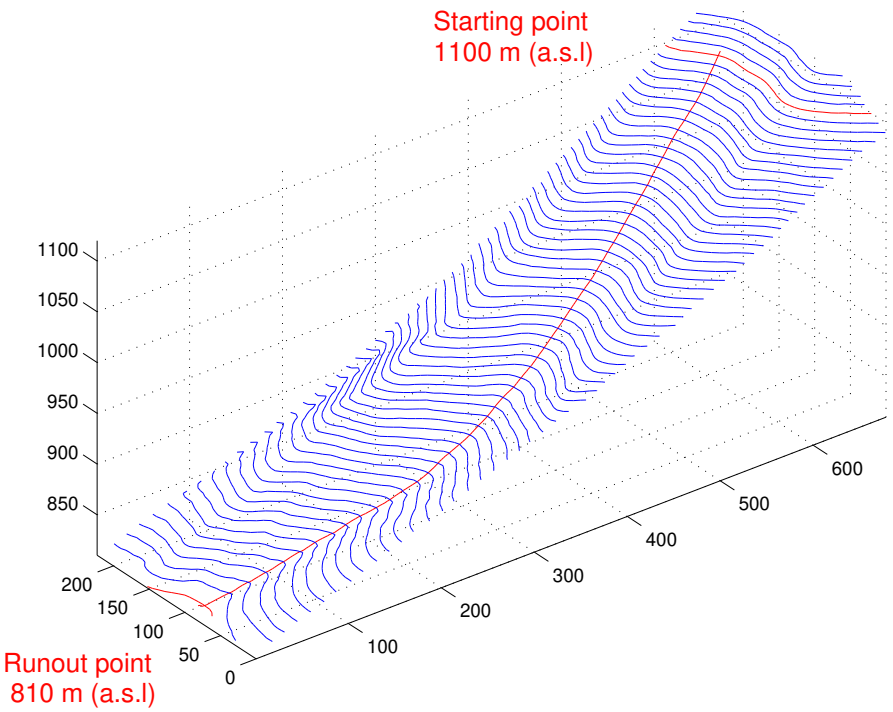


図 37: 鹿追雪崩 3 次元斜面地形

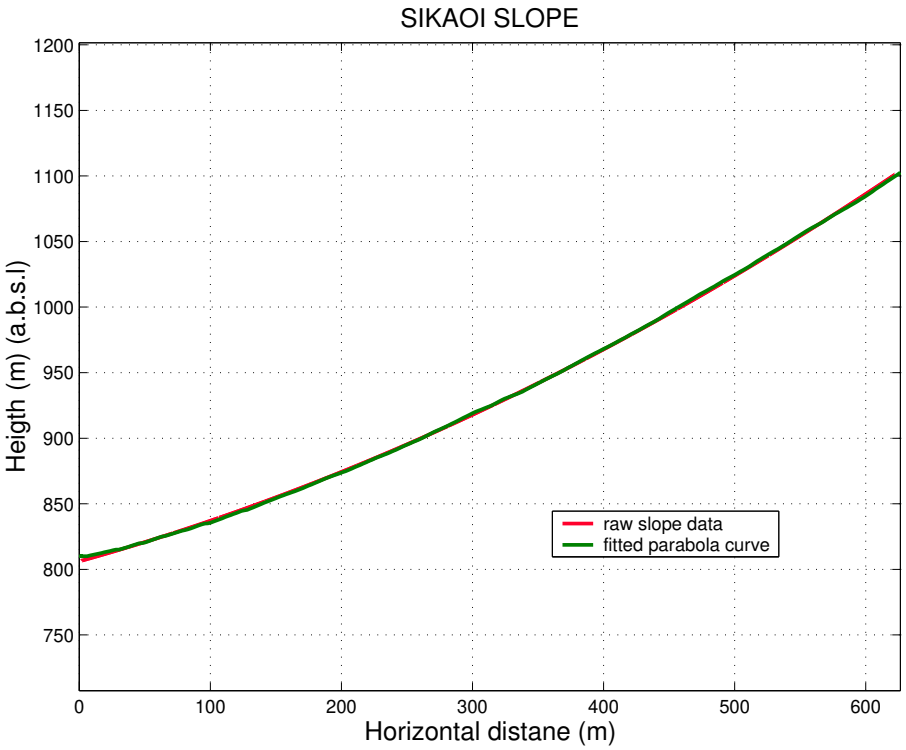


図 38: 鹿追雪崩 縦断地形
赤線は斜面地形データ、緑線は近似 2 次曲線である。

5.4.2 モデル計算

鹿追雪崩発生後の詳細なデータはあるが、発生時の流下速度データはないので、モデルの適応は試行的な計算を行う形となる。第 3.3 節で解説した雪崩の運動方程式を (26) 式に従ってもう一度記述すると

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right) - \frac{D}{m}u^2 \tag{74}$$

$$D = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}\rho_a C_f S_a + \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s} \tag{75}$$

となる。第 3.3 節で話したように今までの提案されたモデルは底面摩擦係数 μ と速度の 2 乗に比例する項の D/m は常に一定として計算を実行している。まずはじめに、この前例に従い抵抗係数が常に一定として計算を行う。

計算条件として、走路データは、前節で話したように 2 次曲線で非常に良く近似できるので、近似曲線データを用いた。また、雪崩の発生点は分かっているが、動き始めの雪崩質量はわからない。そこで、本節では試行計算として発生点から 100m までの積雪層が流れ出したとして計算を行った。ちなみに、この 100m というのは雪崩の代表的な長さのオーダーである。

計算方法は係数が一定として行うので、その数学的記述はピンポン球雪崩の時と同様にして行うことができる。しかし、速度データがないので最大速度に合うような抵抗係数の組を選び出すことができない。そこで、第 2 節で解説したように、湿雪全層雪崩の代表的

な速度は $10 \sim 30\mathrm{m/s}$ であるので、その中間値 $15\mathrm{m/s}$ を最大速度として計算を行った。また、速度計算は遠心力の効果を考慮しないでおこなうので、斜面を微小範囲で分割し、その区間を直線とみなして計算した。その数式的記述は第 3.4 節の直線上の速度厳密解で導出した (26) 式と同じである。その計算結果を、図 39 に示す。上図が斜面縦断図、中図が抵抗係数の関係、下図が流下距離と速度の関係である。

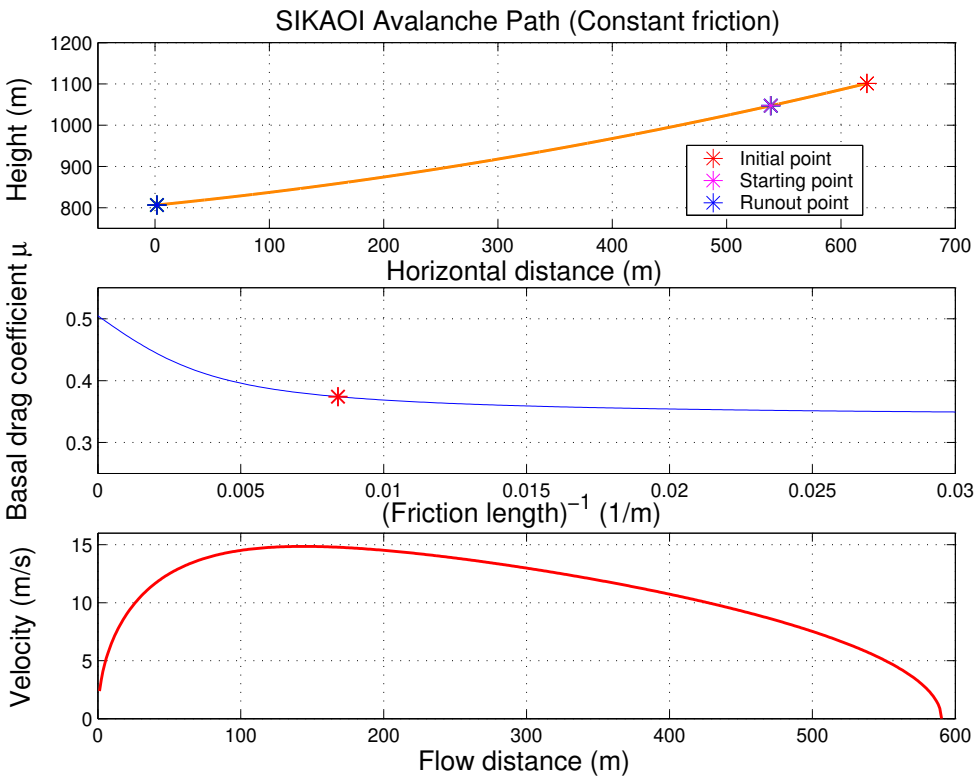


図 39: 流下距離と速度の関係 （ 抵抗係数は全て一定 ）

上図は斜面地形データで赤点が発生点、ピンクの点が発生点から $100\mathrm{m}$ 下った所の点、青点が停止点である。中図は斜面データから計算された抵抗係数の関係図で、赤点は最大速度が $15\mathrm{m/s}$ になるように選ばれた点である。下図は選ばれた赤点から計算された速度と流下距離の関係を示す。

次に、本研究のピンポン球雪崩実験から得られた抵抗に関する構成関係式を用いて計算を行う。抵抗に関する構成関係式を考慮し、(74),(75) 式と同様に記述すると

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right) - \frac{D}{m}u^2 \tag{76}$$

$$D = Cm^{\frac{2}{3}} + \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}s} \tag{77}$$

となる。ここで C は空気抵抗に関する抵抗係数である。ピンポン球雪崩では、空気抵抗はピンポン球の数 N の $2/3$ 乗に比例したが、実際の雪崩の計算では、同様な考えから雪崩の質量 m の $2/3$ 乗に比例するとした。

しかし、このままでは計算を行うことができない。第 3.3 節の雪の連行で話したように、その理論的な記述は、まだ確立されていない。それ故、雪の取り込みに関する式 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}s$ が数式的に閉じていないからである。だが、今回の鹿追雪崩では、数式的に記述する可能性はある。雪崩の幅はほぼ 30m で発生点から停止点まで一定であり、また、現地調査に行った際の状況では、走路上の雪はほとんどなく笹面が露出していたため、雪崩が流下のときには前面にある全ての雪を取り込んで流れたと考えることができる。したがって、幅 w は一定と考えることができ、さらに、標高差が 300m で発生時期の気候が春先ということから、積雪層の厚さ h と密度 ρ も走路全体で、ほぼ一定としても問題がないであろう。この前提から、雪崩始めた時の長さを S_0 とすると雪の取り込みに関する項 $(dm/ds)/m$ は次式のように記述できる。

$$\begin{aligned}\frac{1}{m}\frac{dm}{ds} &= \frac{1}{\rho wh(S_0+s)}\frac{d[\rho wh(S_0+s)]}{ds} \\ &= \frac{1}{S_0+s}\end{aligned} \tag{78}$$

したがって、この上式を用いて運動方程式 (76) 式を整理すると

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u^2}{\mathrm{d}s} = g\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right) - \left(C_A(S_0+s)^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{S_0+s}\right)u^2 \tag{79}$$

$$C_A = C(\rho wh)^{-\frac{1}{3}} \tag{80}$$

となる。ここで、前提から C_A は定数として扱えるので上式は計算可能となる。この数式の速度厳密解を求めることは可能であると思われるが、2 次曲線上での運動記述は、その式は非常に複雑となる。そのため実際の計算では陽的 Runge-Kutta 法で数値的に計算した。

次に抵抗係数をパラメーターとして入力しなければならないので、第 3.5 節と同様に地形データを用いて抵抗係数を決定する。

運動方程式 (79) 式で、$E = u^2/2$ とおいて再整理すると

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}s} = g\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right) - 2\left(C_A(S_0+s)^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{S_0+s}\right)E \tag{81}$$

となる。ここで、$\int 2\left(C_A(S_0+s)^{-\frac{1}{3}} + (S_0+s)^{-1}\right)\mathrm{d}s = 3C_A(S_0+s)^{2/3} + 2\log(S_0+s)$ (ただし、$S_0 \neq 0$) より、

$$\frac{\mathrm{d}Ee^f}{\mathrm{d}s} = g\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right)e^f \tag{82}$$

$$f = 3C_A(S_0+s)^{2/3} + 2\log(S_0+s) \tag{83}$$

となる。この式を変数分離し、発生点 $(s = 0)$ から停止点 $(s = s_e)$ まで積分し、底面摩擦係数 μ についてまとめると次式を得る。

$$\mu = \frac{\int_0^{s_e} \sin\theta \mathrm{e}^f \,\mathrm{d}s}{\int_0^{s_e} \cos\theta \mathrm{e}^f \,\mathrm{d}s} \tag{84}$$

$$f = 3C_A(S_0 + s)^{2/3} + 2\log(S_0 + s) \tag{85}$$

この計算は、厳密に解くことが困難のため、第 3.5 節で議論したときと同様に斜面を微小範囲に分けて数値解析的に解く。そうすると底面摩擦係数 μ と $C_A(= C(\rho hw)^{-1/3})$ の抵抗係数の関係式となる。そして、モデル計算に用いた抵抗係数は、最大速度が $15\mathrm{m/s}$ となるように試行計算的に求めた。

以上、ピンポン球雪崩実験から得られた結果を用いて実際の雪崩への適応を行うため、数式的導出を述べてきた。その計算結果を図 40 に示す。

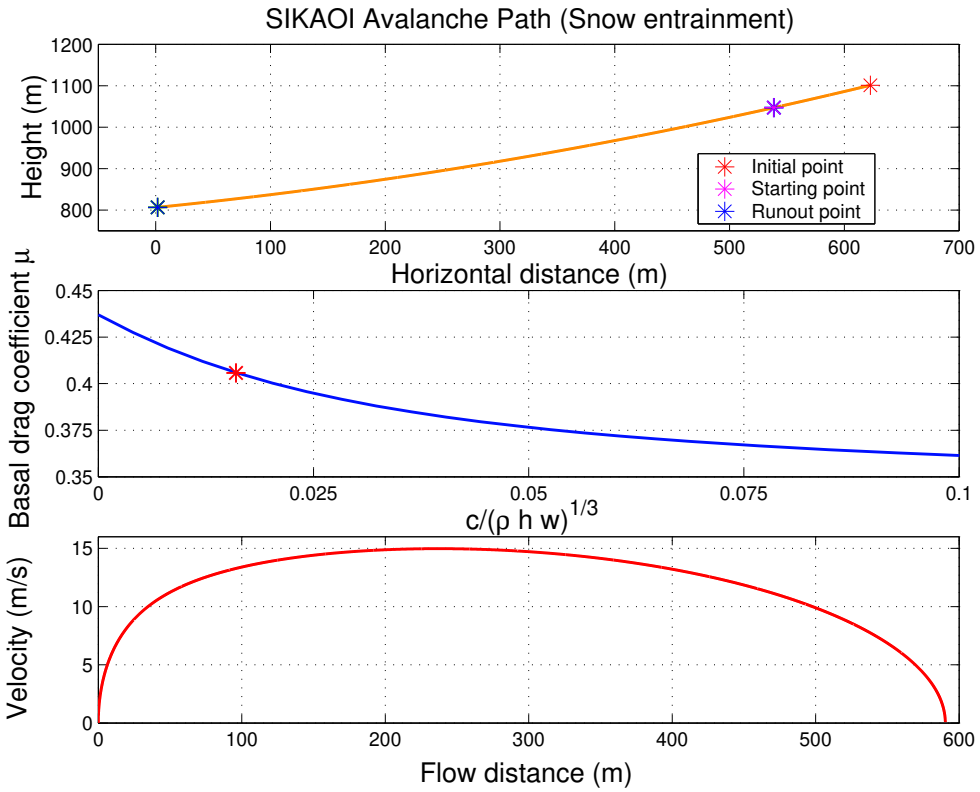


図 40: 流下距離と速度の関係（ピンポン球雪崩実験から得た結果を用いて）

5.5 考察

今までのモデル計算で用いられてきた仮定で計算した結果の図 39 とピンポン球雪崩実験から得られた抵抗に関する構成関係式を用いて計算された結果の図 40 のそれぞれの流下距離と速度の関係を比較すると図 41 となる。今までのモデル計算だと初期段階で終端速度に達し、ピンポン球雪崩実験から得られた抵抗構成関係式を用いて計算すると、ほぼ斜面の中腹あたりで最大速度に達している。雪崩の速度データがないので、ここでそれぞれのモデル計算について議論するのは難しいが、一般的に雪崩の最大速度は斜面中腹付近で最大速度となる傾向にある (例えば、[24, 47, 18])。結論付けることはできないが、抵抗係数が一定として考えたモデルは早い段階で終端速度に達し、現実的にはありえないといえるであろう。そして、ピンポン球雪崩から得られた結果から計算した場合のほうが、ほぼ中腹あたりで最大速度に達し、現実に近い流動再現となったといえるだろう。

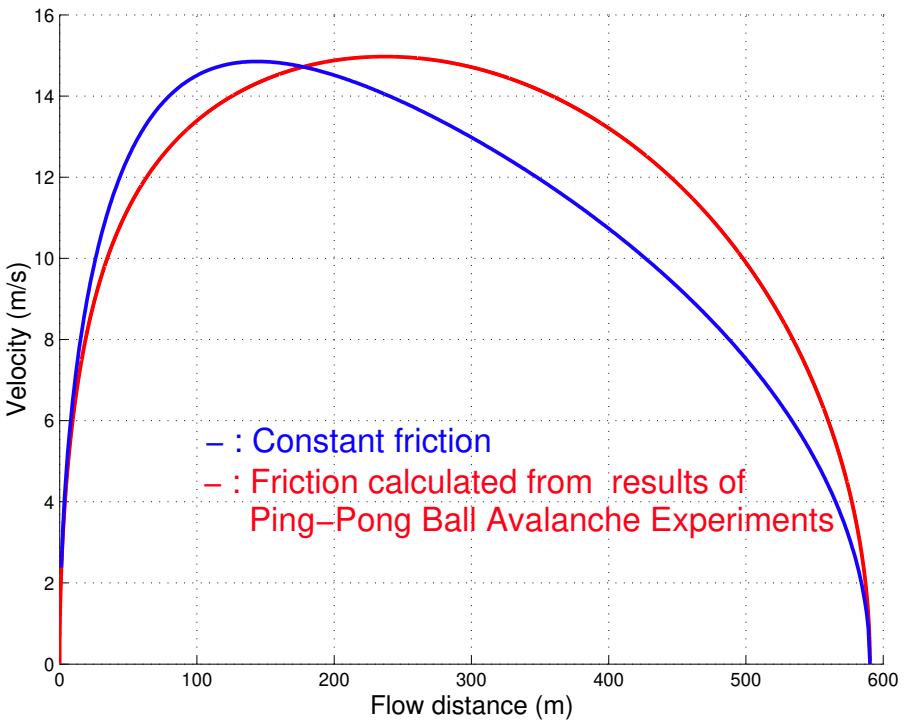


図 41: 流下距離と速度の関係 (雪の連行の有無)

ここで、Mellor(1978) の観測結果をみてもらいたい。この図は、始動積雪深 H と雪崩の最大流下速度 U の関係を示したものである。これらの関係を見ると雪崩の種類別によって

$$U \propto H^{1/2} \tag{86}$$

の関係がある。

同様な関係をピンポン雪崩実験から得られた (79) 式から、終端速度 U の時の運動方程式を考えることで導くことができる。最大速度に達したときは加速度が 0 となるので、

$$g(\sin\theta_t - \mu\cos\theta_t) - \left(\frac{C}{[\rho w_t h_t(s_t + S_0)])^{1/3}} + \frac{1}{s + S_0}\right) U^2 = 0 \tag{87}$$

となる。ここで、θ_t, w_t, h_t, s_t は、最大速度に達した時の斜面角、雪崩の幅、雪崩前面にある積雪層の厚さ、そして、流下距離である。次に、この式中のので用いられている $w_t, h_t, S_0 + s_t$ が、雪崩の代表的な長さ L で次式のように表せたとする。

$$w_t = \alpha_1 L \tag{88}$$

$$h_t = \alpha_2 L \tag{89}$$

$$S_0 + s_t = \alpha_3 L \tag{90}$$

これらの関係式を用いて (87) 式を整理すると

$$U^2 = \frac{\widetilde{g(\theta_t)}}{(\rho\alpha_1\alpha_2\alpha_3)^{-1/3} + \alpha_3^{-1}} L \tag{91}$$

$$\widetilde{g(\theta_t)} = g(\sin\theta_t - \mu\cos\theta_t) \tag{92}$$

となる。第 4.6 節でピンポン球雪崩で最大速度のスケール依存を考えた時に、斜面の効果 $\widetilde{g(\theta)}$ を考えたほうが最大速度をよく再現すると結論付けたが、斜面の効果を考慮しなくても、対数表示上では大きな違いではなく、ここでは $\widetilde{g(\theta)}$ を定数として取り扱うとする。また、$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ も定数として扱うことができると仮定すると

$$U \propto L^{\frac{1}{2}} \tag{93}$$

の関係式を導出することができる。ここで、(89) 式の関係を代入すると

$$U \propto h_t^{\frac{1}{2}} \tag{94}$$

となる。特に全層雪崩の時は走路上の全ての雪を流下されることが多いので、始動積雪深 H と h_t には比例関係が成り立つと考えれる。すると、上の式から (86) 式と同じ関係式を導出することができる。これは抵抗係数が一定と考えた時には成り立たない関係であり、この点からもピンポン球雪崩実験から得た抵抗に関する構成関係式が実際の雪崩への適応が可能であることを示唆しているであろう。

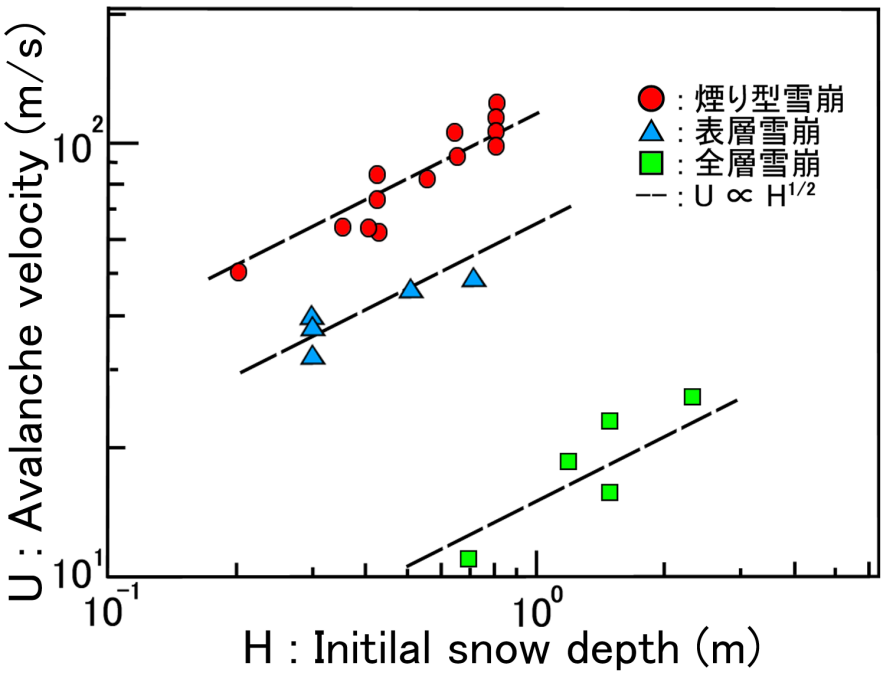


図 42: 雪崩の先端速度と始動積雪深の関係 (Mellor(1978) の図を改変)

6 まとめ

6.1 まとめ

質量中心モデルによる雪崩の流動再現性と抵抗係数の検証・評価を行うため、ピンポン球を用いた大規模な模擬雪崩実験を実施した。そして、モデルによる速度計算値と実測値との比較を行い、底面摩擦と乱流抵抗に関して考察した。最後に、考察結果をもとに実際の雪崩への適応を行い、現段階での質量中心モデルの適応性を評価した。

ピンポン球雪崩実験から

質量中心モデルの再現性

ピンポン球雪崩実験から、空気の抵抗が大きく作用する状況下で粒状体が流動する時の運動は、質量中心モデルで再現することは十分に可能ということがわかった。ここで、非常に興味深いことは、複雑な乱流現象をともなって流下する粒状体の運動が、単純なモデルで再現できたことである。

抵抗に関して

その抵抗則として、空気の抵抗は面積のスケール、つまり、その雪崩の規模の $2/3$ 乗に比例し、底面摩擦はその係数を一定の値をとることが明らかになった。空気の抵抗が面積スケールに比例するという関係は、その仮定として定常状態から式を組み立てた。しかし、結果として発生から停止までの非定常でその関係が成り立つことになった。また、底面摩擦係数がその規模によらず一定の値をとることは、一般的に言われている大規模な崩落現象での底面摩擦係数の低下とは異なる結果となった。しかし、これは今回用いた質量中心の運動方程式を用いて考えると、簡単にその答えは出る。運動方程式 (26) を変数分離して、発生点 $(s=0)$ から停止点 $(s=s_e)$ まで積分すると

$$\int_0^{s_e}[g(\sin\theta-\mu\cos\theta)-\frac{D}{m}u^2]\mathrm{d}s=0 \tag{95}$$

となる。ここで発生点から停止点までの高度差を H とし、水平到達距離 (水平面に投影した全走路長) を L とすると $\int_0^{s_e}\sin\theta\mathrm{d}s=H, \int_0^{s_e}\cos\theta\mathrm{d}s=L$ となる。したがって、(95) 式を底面摩擦係数 μ についてまとめると、

$$\mu=\frac{H-g^{-1}\int_0^{s_e}Dm^{-1}u^2\mathrm{d}s}{L} \tag{96}$$

となる。ここで速度の 2 乗に比例する抵抗が 0 ならば底面摩擦係数 μ は H/L となり、雪崩の規模が大きくなればこの値は小さくなる (第 3.3 節の底面摩擦の項目参照)。しかし、全ての運動エネルギーが底面摩擦で消費されるという仮定は現実的ではない。必ず雪崩の運動エネルギーは、空気にも運動量として輸送され、また、雪を除雪する抵抗などで消費されるはずである。そう考えると (96) 式の速度の 2 乗に掛かる項は無視できず、それ故に、空気への運動量輸送も考慮したピンポン雪崩の抵抗係数計算からは、底面摩擦が規模に依らず一定という結果になった。ひとつの

主張として、雪崩に限らず大規模な崩落現象の発生規模による底面摩擦の低下という言葉を用いる時は、必ずその仮定として運動エネルギーが全て底面摩擦で消費されたと記述すべきである。

運動を記述するには、遠心力の効果を考慮しないほうが再現性がよいということがわかった。これまで提案されてきたモデルでは、その効果が小さいとして無視されてきたが、考慮せずに計算したほうが再現性がよいというのは、はじめて得られた事実であろう。その理由を述べるのは現段階ではできないが、そのためには粒子と空気と底面の相互作用に注目した粒子流の構造理解が必要となるであろう。

速度のスケール依存

最大速度のスケール依存の議論では、斜面の傾斜も考慮してスケール依存を考えたほうがよいという結果になった。大まかなスケール依存では発生規模と速度の関係は単純に $1/6$ 乗に比例するが、厳密に求めると斜面の影響があるということは重要な結果である。

自然雪崩へのモデル適応から

質量中心モデルを実際の雪崩に対して試行的に計算を行った。結論付けることはむずかしいが、ピンポン球雪崩から得られた抵抗に関する構成関係式を用いて流動を再現したほうが、現実に近い再現となったといえるだろう。しかし、雪の取り込みなどには多くの仮定があり、モデルには多くの問題が残る。しかし、Mellor(1978) が測定した最大速度と積雪深の次元解析結果は、ピンポン球雪崩実験から得られた抵抗に関する構成関係式を用いて説明することができ、その点では実際の雪崩へのモデル適応も可能性があるといえる。

6.2 今後

ピンポン球雪崩の研究においては、全体的な流動の評価は本論文で構築した質量中心モデルで記述が可能となるであろう。しかし、底面摩擦係数が一定、空気抵抗の面積スケールの比例関係にあるということは、粒子と空気と底面の相互作用を考慮した理論から築き上げられるのが望ましい。その詳細に明らかにするには、まず、球および空気の三次元構造の測定・理解が必要となるであろう。これまでに、レーダーを用いた 3 次元のピンポン球雪崩の構造を測定は行われたが、連続的なデータではなく、ほんの一部分を切り抜いたにすぎない。連続的な三次元構造の測定方法の確立が望まれる。

実際の雪崩へのモデル適応のためには、走路のデータだけでは議論は難しく、速度データなどの詳細な雪崩事例データが重要となる。また、モデルの初期条件として発生量の特定は課題として残る。それ故、表層雪崩の発生原因となる弱層や全層雪崩の前兆となるグライドの研究は、その鍵を握っているといえるだろう。また、雪の取り込みは雪崩の運動を大きく作用する可能性があり、その解明が急がれる。理想は実験室レベルで再現できることだが、今のところ、その成功例はない。実験室での粒子の連行現象の再現も興味深い研究である。

参考文献

[1] *International symposium on scientific aspects of snow and ice avalanches, 5-10 April 1965, Davos Switzerland. Publication No. 69 of IASH.* International Association of Scientific Hrdrology (IASH), 1966.

[2] Same (snow avalanche modelling, mapping, and warning in europe). In C B Harbitz, editor, *Norwegian Geotechnical Institute report no. 581220-1*, 1998.

[3] S Bakkehoi, U Domaas, and K Lied. Calculation of snow avalanche run-out distances. *Ann. Glaciol.*, Vol. 4, pp. 24–49, 1983.

[4] P Beghin and X Olagne. Experimental and theoretical study of the dynamics of powder snow avalanche. *Cold Regions Sci. and Technol.*, pp. 317–326, 1991.

[5] C S Campbell and C E Brennen. Chute flows of granular materials: some computer simulations. *Trans. A.S.M.E., J. Appl. MEch*, pp. 357–380, 1985.

[6] C de Boor. *A practical guide to spline.* Springer-Verlag, 1978.

[7] D J Dent and L E Lang. Modelling of snow flow. *J. Glaciol.*, No. 24(94), pp. 131–140, 1980.

[8] K Fujisawa, R Tsunaki, and I Kamiishi. Method of estimating snow avalanche runout distances with topographic data. *Annals of Glaciology*, Vol. 18, pp. 239–244, 1993.

[9] Y Fukushima and G Parker. Numerical simulation of powder-snow avalanches. *J. Glaciol.*, pp. 229–237, 1990.

[10] A. Hachikubo, J. McElwaine, M. Nemoto, T Kaihara, and K. Nishimura. A study of an avalanche at the ski resort niseko, japan. In *Proceedings International Snow Science Workshop, Sunriver, Oregon 1998*, pp. 291–293, a, 1999. b.

[11] D M Hanes and D L Inman. Experimental evaluation of a dynamics yield criterion for granular fluid flows. *J. Geophys. Res.*, No. 90(b5), pp. 3670–3674, 1985.

[12] D M Hanes and D L Inman. Observation of flowing granular-fluid materials. *J. Fluid. Mech.*, No. 150, pp. 357–380, 1985.

[13] E J Hopfinger and J C Tochon-Danguy. A model study of powder snow avalanches. *J. Glaciol.*, No. 19, 1977.

[14] K J Hsü. Catastropic debris streams(sturzstorm) generated by rockfall. *Bull. Geol. Soc. America*, Vol. 86, pp. 129–140, 1975.

[15] K Hutter, S B Savage, and Y Nohguchi. Numerical, analytical and laboratory experimental studies of granular avalanche flows. *Ann. Glaciol.*, pp. 109–116, 1989.

[16] Y. Ito, K. Nishimura, S. Keller, J. McElwaine, Y. Nohguchi, and K. Izumi. Experiments and simulations of ping-pong ball avalanches. 1999. submitted.

[17] K Izumi, S Kobayashi, K Yano, Y Endo, Y Ohzeki, and S Watanabe. *Snow Engineering : Recent Advences*, chapter Statistics on Avalanche Accidents in the Central Part of Japan (1900 –1989), pp. 91–96. Balkema, Rotterdam, 1997.

[18] I Kamiishi, K Kawada, N Hayakawa, Y Fukushima, and M Yamada. *Snow Engineering : Recent Advences*, chapter Performance testing effectiveness of avalanche blaster Gaz.Ex in Japan's central mountains, pp. 97–100. Balkema, Rotterdam, 1997.

[19] S Keller, Y Ito, and K Nishimura. Measurements of the velocity distribution in ping-pong ball avalanches. Vol. 26, pp. 259–264, 1998.

[20] T E Lang, K L Dawson, and Jr M Martinelli. Numerical simulation snow avalanche flow. In *Rocky Mountain Forest and Range Experiments Station, U.S.Dept.Agriculture*, No. RM-205, p. 51. Res.Rap., 1979.

[21] K Lied and S Bakkehoi. Emprical calculations of snow-avalanche run-out distances based on topographic parameters. *J. Glaciol.*, Vol. 26, No. 94, pp. 165–177, 1980.

[22] K Lied and R Toppe. Calculations of maximum snow-avalanche run-out distances by use of digital terrian moddels. *Ann. Glaciol.*, Vol. 13, pp. 164–169, 1988.

[23] P W Lipman, R W Normark, J G Moore, J N Wilson, and C E Gutmacher. The giant submarine alika debris slide, mauna loa, hawaii. *J. Geophys. Res.*, 1988.

[24] D M McClung. A model for scaling avalanche speeds. *J. Glaciol.*, Vol. 36(123), pp. 188–198, 1990.

[25] D M McClung and P A Schaerer. *THE AVALANCHE HANDBOOK*. The Mountaineers, Seattle, 1993.

[26] J. McElwaine. Numerical simulation of ping-pong ball flows. K. Nishimura, editor, スキージャンプ台実験と 3 次元粒子流モデル開発による雪崩 流動 機構の解明, pp. 33–45. Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University, 1999.

[27] J. N. McElwaine and K. Nishimura. Ping-pong ball avalanche experiments. 2000. in press.

[28] A S McEwen. Mobility of large rock avalanches: Evidence from valles marineris. *Mars, Geology*, pp. 1111–1114, 1989.

[29] M Mellor. Engineering properties of snow. *J. Glaciol*, pp. 15–66, 1977.

[30] M Mellor. *Rockslides and avalanches*, Vol. 1, chapter ynamics of snow avalanches, pp. 753–792. Elsevier, 1978.

[31] M Nakagawa. Simulations of rapid bimodal granular flows. *Proceedings of Japan-U.S. Workshop on Snow avalanche, Landslide, Debris flow prediction and control*, pp. 229–237, 1991.

[32] H Nakanishi, T Shimomura, and K Fujisawa. Numerical simulation of motions avalanches by "ball model". *Proceedings of Japan-U.S. Workshop on Snow avalanche, Landslide, Debris flow prediction and control*, pp. 207–216, 1991.

[33] K. Nishimura, S. Keller, J. McElwaine, and Y. Nohguchi. Ping-pong ball avalanche at a ski jump. *Granular Matter*, Vol. 1, No. 2, pp. 51–56, 1998.

[34] K Nishimura and N Maeno. Contribution of viscous forces to avalanche dynamics. *Ann. Glaciol.*, Vol. 13, pp. 205–205, 1989.

[35] K Nishimura, F Sandersen, K Kristensen, and K Lied. Measurements of powder snow avalanche — nature —. Vol. 16, pp. 649–660, 1995.

[36] Y Nohguchi. Three-dimensional equations for mass centre motion of an avalanches of arbitrary configuration. *Ann. Glaciol.*, Vol. 13, pp. 215–217, 1989.

[37] Y Nohguchi. Avalanche experiments with styrene foam particles. In *Proceedings of the Third International Conference on Snow Engineering (ICSE-3),Sendai, Japan*, pp. 63–68, 1996.

[38] Y Nohguchi and K Nishimura. Head formation in light granular avalanches. *Proceedings of International Snow Science Workshop ISSW'96*, pp. 252–256, 1997.

[39] Y Nohguchi, H Ozawa, and K Nishimura. 3-d experiments of light granular avalanches. In *Proceedings, 1997 Meeting of Japan Society of Fluid Mechanics*, pp. 421–422, 1997. in Japanese with English abstract.

[40] H Norem, F Irgens, and Schieldrop. A continum model for calculating snow avalanche velocities. *nternational Association of Scientific Hrdrology Publication*, No. 162, 1987.

[41] R I Perla. *Dynamics of Snow and Ice Masses*, chapter Avalanche release, motion, and impact, pp. 397–462. Academic Press, 1980.

[42] R I Perla, T T Cheng, and D M McClung. A two-parameter model of snow avalanche motion. *J. Glaciol.*, Vol. 26(94), pp. 197–207, 1980.

[43] C H Reinsch. Smooting by spline functions. *Numer.Math.*, pp. 177–183, 1967.

[44] C H Reinsch. Smooting by spline functions. ii. *Numer.Math.*, pp. 451–454, 1971.

[45] B Salm. Contribution to avalanche dynamics. *International Association of Scientific Hrdrology Publication*, No. 69, pp. 199–214, 1966.

[46] B Salm. Flow flow trasiton and runout distances of flowing avalanches. *Ann. Glaciol.*, Vol. 18, pp. 221–226, 1993.

[47] B Salm and H Grubler. Measurement and analysis of the motion of the dense flow avalanche. *Ann. Glaciol.*, Vol. 6, pp. 26–34, 1985.

[48] J E Simpson. *GRAVITY CURRENTS in the environment and the laboratory*. Halsted Press, 1987.

[49] J C Tochon-Danguy and E J Hopfinger. Simulations of the dynamics of powder snow avalanches. *Proceeding of the Grindelwald Symposium April 1974. IASH Publication*, No. 114, pp. 369–380, 1975.

[50] Roger Y Tsai. An efficient and accurate camera calibration technique for 3d machine vision. *roceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami Beach, FL, 1986*, 1986.

[51] A Voellmy. über die zerstörungskraft von lawinen. *Schweiz. Bauztg*, Vol. 73, pp. 159–165, 212–217, 246–249, 280–285, 1955.

[52] R. Willson. *Modeling and Calibration of Automated Zoom Lenses*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1994.

[53] 吉村昭. 「高熱隧道」. 新潮社, 1967.

[54] 高橋喜平. 雪崩の被害. 雪氷, pp. 7–9, 1960.

[55] 山田高嗣, 小椋崇広, 今西伸行, 山田知充. 道道鹿追糠平線で発生した雪崩 (2000.3.5,2000.4.6) 調査報告. 2000 年度日本雪氷学会全国大会 講演予稿集, p. 175. 日本雪氷学会, 2000.

[56] 山田高嗣, 八久保晶弘, 根本征樹, 海原拓哉, J. McElwaine, 西村浩一, 新谷暁. ニセコ春の滝で発生した雪崩 (1998.1.28) 調査報告. 北海道の雪氷, Vol. 17, pp. 46–49, 1998.

[57] 若浜五郎. 雪と氷の世界. 東海大学出版会, 1995.

[58] 小国力. MATLAB と利用の実際-現代の応用数学と CG-. サイエンス社, 1998.

[59] 小林俊一 (編). 新潟県能生町表層雪崩災害に関する総合的研究. No. B-60-8. 文部省科学研究費自然災害特別研究突発災害研究成果報告集, 1986.

[60] 新田隆三. 森林の雪崩防止機能. (社) 日本治山治水協会, 1995.

[61] 清水弘. なだれ. 気象研究ノート「融雪・なだれ特集」, Vol. 136, pp. 63–123, 1979.

[62] 西村浩一 (編). 気象研究ノート第 **190** 号「雪崩」. 日本気象学会, 1998.

[63] 前野紀一. 基礎雪氷学講座第 III 巻「雪崩と吹雪」. 古今書院, 2000.

[64] 福沢卓也. 山岳雪崩災害の現状分析と防災対策の検討. 文部省重点領域研究「自然 災害予測と防災力」, ワーキンググループ研究成果報告書, p. 55, 1993.

[65] 福嶋裕介. 新潟県棚口地区表層雪崩の流動解析. 雪氷, pp. 1–8, 1987.

[66] 福嶋裕介, 早川典生. 三次元地形を考慮した粉雪雪崩の数値解析. 雪氷, pp. 11–18, 1992.

[67] 北海道雪崩事故防止研究会編（編）. 最新雪崩学入門. 山と渓谷社, 1995.

[68] 和泉薫. 過去の雪崩災害. 気象研究ノート「雪崩」, Vol. 190, pp. 115–125, 1998.

[69] 和泉薫. 岐阜県上宝村で発生した雪崩災害と調査委員会について. 2000 年度日本雪氷学会全国大会 講演予稿集, p. 117. 日本雪氷学会, 2000.

謝辞

外国人客室研究員である Jim McElwaine 氏には研究の全般にわたり親切丁寧な御指導をいただいた。同氏の多大なる御助言と激励のおかげで無事研究を遂行することができた。ここに、深くお礼を申し上げます。

大畑哲夫教授には主査をしていただき、広い視野からの御意見を多くいただいた。山田充知助教授には有益な御助言をいただいた。前野紀一教授には科学的視点から大変貴重なアドバイスをいただいた。曽根敏雄助手には多くの叱咤激励をいただいた。つくば防災科学技術研究所の納口恭明氏には、実験の御協力とともに研究の疑問点について快く相談にのっていただいた。実験の際には、防災科学技術研究所新庄雪氷防災研究支所の阿部修氏および小杉健二氏、新潟大学大学院の永崎智晴氏をはじめ多くの方に御協力いただいた。雪崩データ収集の際には、土木研究所新潟試験所の竹内由香里氏の多大なる御協力を受け、そして、アルゴスの上石勲氏からは快くデータをいただいた。同じく新潟大学積雪地域災害研究センターの和泉薫氏からも貴重な雪崩データをいただいた。札幌教育委員会からは宮の森ジャンプ台の設計図を快く貸していただき、帯広土木現業所には雪崩調査の際に多くの御協力をいただいた。同研究室の伊藤陽一氏、根本征樹氏、平島寛行氏、西川大輔氏、今西伸行氏には様々な面で御協力をいただいた。特に、根本征樹氏には研究に関して大変有意義な議論を交わせていただいた。そして、雪氷物性グループの山田高嗣氏には野外観測とデータ収集の際に大変な御協力とアドバイスをいただいた。雪氷循環の佐藤軌文氏には叱咤をいただき、苦楽を共にした同期入学者である雪氷気象グループの岩倉徹氏と雪氷循環グループの山崎学氏には多くの激励をいただいた。

西村浩一助手には、遠く南極に居られるにもかかわらず、叱咤激励のお言葉をいただいた。そして、またとない研究環境を与えて下さった。

ここに皆様に深く感謝の意を表します。

最後に、幼きころから現在に至るまで学問に対する追求心を育み、心身共に支えてくれた両親に心から感謝します。

小 栁 崇 広